



**INSTITUTO FEDERAL**  
**MINAS GERAIS**

André Luis

Douglas Melo

Gabriel Sander

Marcos Gonçalves

Paulo Sérgio

## **Desenvolvimento de uma dobradiça com mola**

Arcos - MG

25 de junho de 2017

André Luis  
Douglas Melo  
Gabriel Sander  
Marcos Gonçalves  
Paulo Sérgio

## **Desenvolvimento de uma dobradiça com mola**

Projeto apresentado à disciplina de TAI – Trabalho Acadêmico Integrador do curso de Engenharia Mecânica ministrado no Instituto Federal de Minas Gerais, Campus Arcos.

Instituto Federal de Minas Gerais  
Campus Arcos  
Graduação em Engenharia Mecânica

Orientador: Francisco de Sousa Júnior

Arcos - MG  
25 de junho de 2017

---

André Luis  
Douglas Melo  
Gabriel Sander  
Marcos Gonçalves  
Paulo Sérgio

Desenvolvimento de uma dobradiça com mola

André Luis  
Douglas Melo  
Gabriel Sander  
Marcos Gonçalves  
Paulo Sérgio  
– Arcos - MG, 25 de junho de 2017-  
69 p.

Orientador: Francisco de Sousa Júnior

– Instituto Federal de Minas Gerais  
Campus Arcos  
Graduação em Engenharia Mecânica, 25 de junho de 2017.  
1. dobradiça. 2. mola de torção. 3. TAI 2 4. simulação 3D

---

André Luis  
Douglas Melo  
Gabriel Sander  
Marcos Gonçalves  
Paulo Sérgio

## **Desenvolvimento de uma dobradiça com mola**

Projeto apresentado à disciplina de TAI – Trabalho Acadêmico Integrador do curso de Engenharia Mecânica ministrado no Instituto Federal de Minas Gerais, Campus Arcos.

---

**Francisco de Sousa Júnior**  
Orientador

---

**Flávio Fernandes Barbosa Silva**

---

**Jefferson Rodrigues da Silva**

---

**Maurício Lourenço Jorge**

---

**Reginaldo Gonçalves Leão Junior**

---

**Ricardo Carrasco Carpio**

Arcos - MG  
25 de junho de 2017

# Agradecimentos

A Deus por ter dado saúde e força para superar todas as dificuldades, que foram encontradas. A esta instituição, seu corpo docente, direção e administração que proporcionaram uma janela de conhecimento e um convite a novos horizontes, através do Trabalho Acadêmico Integrador. Aos nossos orientadores, pelo apoio no pouco tempo que lhe coube, pelas seus conselhos e incentivos. Às nossas famílias, pelo carinho, incentivo e apoio incondicional.

# Resumo

As dobradiças são peças mecânicas encarregadas de articular portas e janelas são imprescindíveis para o bom funcionamento da maioria das porta, possibilitando o abrir e fechar e funcionando como um suporte. As dobradiças para portas são constituídas, geralmente, por duas chapas metálicas, conhecidas como asas, que são interligadas por um pino e funcionam como o eixo vertical que permite uma articulação mais fluida. No entanto, os tipos de dobradiça podem variar para atender os diversos modelos de portas, janelas e móveis.

Durante as aulas no campus, a porta da sala de aula costumava bater com muita força devido a ação do vento, o que atrapalhava o andamento das aulas. Inconformados com isso e a fim de resolver um problema encontrado no cotidiano, o nosso grupo foi a fundo para entender a razão pela qual a porta bate. Muitas soluções se encontram hoje no mercado, porém com custos altos e necessitando demão de obra relativamente especializada. A inspiração partiu da observação de um episódio que ocorria repetitivamente durante a semana.

A problemática foi estudada mais a fundo, para que se tenha um resultado preciso das causas do movimento, dando condições teóricas e práticas para propor uma solução. A ideia é projetar um produto simples e eficaz, colocando uma mola de torção no eixo da dobradiça, de modo a impedir que a força do vento seja suficiente para deslocar a porta. A mola será acoplada em uma posição que gere uma contra força, anulando a ação do vento.

**Palavras-chaves:** dobradiça. mola de torção. TAI 2. simulação 3D

# Abstract

The hinges are mechanical parts in charge of joining doors and windows are essential for the proper functioning of most of the door, making it possible to open and close and working as a support. Door hinges generally consist of two metal plates, known as wings, which are interconnected by a pin and act as the vertical axis that allows a more fluid articulation. However, hinge types may vary to fit the various models of doors, windows and furniture.

During classes on campus, the classroom door used to slam hard due to the wind, which used to disturb the progress of the classes. Discontented with this situation and in order to solve a problem found in everyday life, our group went deep to understand why the door slams. Many solutions are in the market today, but with high costs and Relatively specialized labor force. The inspiration came from the observation of a episode that occurred repetitively during the week.

The problem was studied in more depth, in order to give more precise results of the causes of the movement, giving theoretical and practical conditions to propose a solution. The idea is to design a simple and efficient product by placing a torsion spring in the hinge axis, so that can prevent wind force from being sufficient to slam the door. The spring will be placed in a position that generates a counter force, canceling the action of the wind.

**Key-words:** hinge. torsion spring. TAI 2. 3D simulation

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Soluções mais conhecidas . . . . .	18
Figura 2 – Experimento . . . . .	20
Figura 3 – Gráfico da relação entre posição e massa de água utilizada . . . . .	23
Figura 4 – Gráfico da relação entre posição e massa de água utilizada para noventa pontos . . . . .	24
Figura 5 – Mola de torção . . . . .	25
Figura 6 – Propriedades mecânica de aços carbono . . . . .	28
Figura 7 – Mola criada a partir do <i>software</i> Inventor . . . . .	31
Figura 8 – Projeto concluído . . . . .	31
Figura 9 – Dimensões e vistas da dobradiça com mola . . . . .	32
Figura 10 – Tabela – Relação do diâmetro externo com o diâmetro do fio. . . . .	39
Figura 11 – Limite de escoamento . . . . .	41
Figura 12 – Resistência ao escoamento e outras de características de aços carbono. . . . .	41
Figura 13 – Desenho da porta segmentada por retângulos com cota e numeração . . . . .	43
Figura 14 – Tabela - Questionário . . . . .	49
Figura 15 – Planilha importada no Matlab. . . . .	50
Figura 16 – Histograma da idade . . . . .	51
Figura 17 – O quão interessante é a dobradiça . . . . .	51
Figura 18 – O quão útil é a dobradiça . . . . .	52
Figura 19 – Histograma do gênero . . . . .	52
Figura 20 – Gráfico da questão 3. . . . .	53
Figura 21 – Gráfico da questão 7. . . . .	53
Figura 22 – Gráfico da questão 9. . . . .	54
Figura 23 – Gráfico da questão 9. . . . .	54
Figura 24 – Regra da Mão direita . . . . .	56
Figura 25 – Grafico da reta que aproxima os pontos . . . . .	60

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Variáveis de entrada (Script :Processo de Medição) . . . . .	20
Tabela 2 – Variáveis de Saída: Script Processo de Medição . . . . .	20
Tabela 3 – Variáveis de entrada (Cálculo da aceleração angular) . . . . .	21
Tabela 4 – Variáveis de saída (Cálculo da aceleração angular) . . . . .	22
Tabela 5 – Variáveis de entrada (Posições e massas para o mesmo tempo) . . . . .	22
Tabela 6 – Variáveis de entrada (Cálculo da tensão) . . . . .	27
Tabela 7 – Variáveis de saída (Cálculo da tensão) . . . . .	27

# Lista de símbolos

$g_p =$	gravidade padrão= $9.8062m/s^2$
$\beta =$	coeficiente numérico
$\lambda =$	latitude
$z =$	altitude
$R =$	raio da Terra
$I_R =$	Incerteza relativa
$U =$	Incerteza expandida
$m =$	Massa
$v =$	Volume
$\bar{I} =$	média das indicações
$RM =$	Resultado da Medição
$\rho =$	Densidade
$F =$	Força
$g =$	aceleração da gravidade
$\bar{X} =$	Coordenada x do centro de massa da porta / Média da amostra
$\bar{Y} =$	Coordenada y do centro de massa da porta
$A =$	Matriz contendo os dados das massas de água
$A^t =$	Transposta da matriz A
$A^{-1} =$	Inversa da matriz A
$I =$	Momento de Inércia / Matriz Identidade
$\tau =$	Torque
$\alpha =$	Aceleração Angular / Nível de incerteza
$\omega_f =$	Velocidade Angular Final

$\omega_i =$	Velocidade Angular Final
$t =$	Tempo / Coeficiente t de <i>student</i>
$R =$	Raio
$v_i =$	Velocidade Tangencial
$C =$	Índice de mola
$K =$	Constante de mola
$D =$	Diâmetro externo
$d =$	Diâmetro do arame
$M =$	Momento Fletor
$\sigma =$	Tensão
$\mu_{Re} =$	Incerteza padrão da repetitividade
$\mu =$	Média da População
$S =$	Desvio padrão
$n =$	Número de medições
$U_R =$	Incerteza padrão do erro de arredondamento
$Rs =$	Resolução
$V_R =$	Graus de liberdade (Incerteza padrão do erro de arredondamento)
$V_{Re} =$	Graus de liberdade (Incerteza padrão da repetitividade)
$V_{ef} =$	Graus de liberdade efetivo
$u_c =$	Incerteza combinada
$F_{el} =$	Força elástica
$\Delta x =$	Deslocamento
$NC =$	Nível de confiança
$\vec{r} =$	vetor com as coordenadas de um ponto da porta
$\vec{F} =$	vetor com as coordenadas da força aplicada na porta
$d_n =$	<i>distancia<sub>n</sub></i> aferida no experimento

$y_n =$  ponto  $y_n$  do gráfico de regressão linear

$\epsilon_n =$  erro associado à reta de regressão linear

$P =$  Probabilidade

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
	Introdução	14
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS</b>	<b>15</b>
2.1	Objetivos Gerais	15
2.2	Objetivos Específicos	15
<b>3</b>	<b>JUSTIFICATIVA</b>	<b>16</b>
<b>4</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>17</b>
4.1	Molas	17
4.2	Modelagem 3D e <i>Autodesk Inventor</i>	17
<b>5</b>	<b>DESENVOLVIMENTO</b>	<b>18</b>
5.1	Estudando o movimento e suas causas	18
5.1.1	Processo de cálculo para estimar a força do vento	18
5.1.1.1	Aceleração e velocidade angular do movimento da porta	21
5.2	Relação entre a distância e a força aplicada	22
5.2.1	A escolha da mola	24
<b>6</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>26</b>
6.1	Especificações da mola	26
<b>7</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>29</b>
<b>8</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>31</b>
	Conclusão	32
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>33</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>34</b>
	<b>APÊNDICE A – OITO PASSOS DO PROCESSO DE MEDIÇÃO</b>	<b>35</b>
	<b>APÊNDICE B – METODOLOGIA</b>	<b>39</b>

APÊNDICE C – CENTRO DE MASSA . . . . .	43
APÊNDICE D – CÁLCULO DA ACELERAÇÃO ANGULAR . . . . .	46
APÊNDICE E – RESULTADOS . . . . .	48
APÊNDICE F – TORQUE VETORIAL . . . . .	56
APÊNDICE G – REGRESSÃO LINEAR . . . . .	58
ANEXO A – FUNÇÃO: CÁLCULO DA ACELERAÇÃO DA GRA- VIDADE . . . . .	61
ANEXO B – SCRIPT: 8 PASSOS PROCESSO DE MEDIÇÃO . . . . .	62
ANEXO C – SCRIPT: INFERÊNCIA DA MÉDIA DAS IDADES DA POPULAÇÃO DE ALUNOS . . . . .	64
ANEXO D – SCRIPT: GRÁFICO DE REGRESSÃO . . . . .	66
ANEXO E – SCRIPT: ACELERAÇÃO ANGULAR . . . . .	67
ANEXO F – FUNÇÃO: CÁLCULO DA TENSÃO APLICADA SO- BRE A MOLA . . . . .	68

# 1 Introdução

Dobradiças são dispositivos mecânicos que conectam dois objetos, um fixo e um móvel, possibilitando uma articulação entre eles. Sua gama de atuação é ampla, podendo ser encontradas em diversos setores da indústria.

São fabricadas com diferentes tipos de materiais, usualmente aço ou latão, variando de acordo com sua aplicação. Sua estrutura é composta por duas faces que são interligadas por um eixo, permitindo o movimento.

Em se tratando de uma porta doméstica, sua dinâmica está sujeita a agentes físicos externos. Por exemplo, uma rajada de vento, que quando em contato com a porta, altera sua quantidade de movimento, fazendo com que a porta bata bruscamente danificando sua estrutura.

A ideia consiste em ampliar sua utilidade, além de cumprir com sua função natural, a dobradiça irá retardar o movimento indesejado, com o acoplamento de uma mola de torção em seu conjunto.

## 2 Objetivos

### 2.1 Objetivos Gerais

O objetivo deste projeto é propor um sistema na dobradiça que solucione o problema da porta bater bruscamente. O sistema consiste em uma mola de torção acoplada no eixo da dobradiça, projetada e simulada no *software Autodesk Inventor*, com base nos conhecimentos adquiridos ao decorrer do semestre.

### 2.2 Objetivos Específicos

- Mensurar a porta tratada como referência e estudar as causas do seu movimento;
- Estimar a força que o vento aplica na porta, causando o movimento involuntário;
- Dimensionar uma mola ideal, de modo que inserida na dobradiça resolva o problema;
- Simular o projeto no Inventor;

### 3 Justificativa

O presente projeto torna-se relevante em função de uma alta incidência de um transtorno relacionado ao impacto da superfície da porta com o batente, causado por um conjunto de agentes físicos inesperados, que provocam desconforto mútuo às proximidades do local, desgastes ao sistema porta-dobradiça, que nos casos mais extremos, a ruptura de algum elemento do conjunto envolvido ao impacto, que por sua vez afeta as funções do mesmo. A ideia de uma dobradiça com o acoplamento de uma mola de torção entre as articulações no eixo, surgiu devido aos transtornos enfrentados pelos alunos durante as aulas do curso de engenharia mecânica do *campus* Arcos observado por um integrante do grupo que propôs o tema visando resolver efetivamente o problema não somente no campus, mas também supondo que mais pessoas passam pelo o mesmo problema no cotidiano doméstico, com isso, levantando a hipótese de comercializá-la para que todos tenham acesso à uma solução.

A dobradiça terá efeito positivo em locais domésticos, pois ela propõe, uma vida útil maior ao conjunto porta, dobradiça e maçaneta, visto que a cada impacto, gera um desgaste contínuo e um desconforto para quem está próximo ao local, em consequência disso, menos gastos com equipamentos para a reposição e diminuição da poluição sonora vivenciada no dia-a-dia, podendo diminuir malefícios causados, pelo mesmo. Ainda não existe um método a se seguir, quando o assunto é sobre dobradiças, porém para o desenvolvimento de molas de torção existem vários, um destes é o proposto por [Shigley e Mischke \(2005\)](#) no livro “Elementos de Máquinas” , que será implantado no projeto em questão.

## 4 Referencial Teórico

### 4.1 Molas

Molas são elementos fundamentais que formam a base de muitos sistemas mecânicos. Elas são definidas como um elemento mecânico elástico que quando submetida a uma força que irá modificar sua estrutura, resiste aplicando uma força contrária ao movimento. Molas são utilizadas principalmente nos casos de:

- armazenamento de energia
- preservação de junções ou contatos
- amortecimento de choques
- distribuição de cargas

São classificadas de acordo com sua forma geométrica e também com base na forma em que os esforços são aplicados sobre ela. As molas podem ter vários tipos de forma, como as de compressão, tração, torção, molas prato, molas espiral de fita, entre muitas outras. As de uso mais comum na engenharia são as helicoidais cilíndricas, e molas de tensão constante. Os elementos característicos das molas são a flecha, rigidez e a flexibilidade. Flecha é a deformação sofrida pela mola sob a ação de uma determinada força, medida na direção da própria força.

### 4.2 Modelagem 3D e *Autodesk Inventor*

Para projetar a dobradiça estudada utilizou-se o *software Autodesk Inventor*, após ter em mãos todos os parâmetros necessários para modelagem da mola e as dimensões da dobradiça. O *Inventor* é um sistema CAD utilizado para trabalhar com projetos mecânicos 3D, não somente com o design de peças sólidas, bem como o desenvolvimento de conjuntos mecânicos dinâmicos, que é o caso da dobradiça. A simulação feita no programa permite visualizar se o dispositivo dobradiça-mola funcionará para impedir que a porta bata com o vento.

## 5 Desenvolvimento

### 5.1 Estudando o movimento e suas causas

O movimento de uma porta é tratado como um movimento circular, ou seja, o objeto em questão se desloca ao longo de uma trajetória circular, mais especificamente neste caso, em uma parte dessa trajetória, um arco de círculo. A seguir, o movimento da porta provocado por agentes físicos externos, não intencionais nesse caso o vento, será estudado mais profundamente.

Quando a porta é batida muito forte, além do barulho provocado, sua estrutura pode ser danificada, bem como seus componentes, fechadura e vidro por exemplo. Muitas soluções para esse problema já estão disponíveis no mercado, a exemplo da Figura 1:

Figura 1 – Soluções mais conhecidas



Fonte: (FERRAGENS, 2017)

#### 5.1.1 Processo de cálculo para estimar a força do vento

A força que o vento aplica na porta, para que a mesma desloque, foi estimada empiricamente por meio de um experimento simples. Utilizando um fio de *nylon* e um lápis como um mecanismo de roldana fixa, calculou-se a força que atua no centro de massa da porta. Uma garrafa pet de 500 ml foi utilizada como peso na roldana, e por meio de vários testes, observou-se para uma massa específica de água na garrafa o comportamento semelhante ao movimento da porta pela ação do vento, que a faz bater bruscamente.

Foi necessário descobrir o centro de massa geométrico da porta para que o experimento fosse executado nesse ponto, onde foi considerado que os efeitos do vento seriam mais perceptíveis.

Foram obtidas as medidas da porta com uma trena e um paquímetro, que foram utilizadas para encontrar o centro de massa da porta.

De acordo com [Leithold \(1994\)](#) em seu livro, O Calculo com Geometria Analítica é apresentado uma técnica que usa integrais duplas para calcular o centro de massa. A escolha por esse métodos se deu para ajudar a resolver outros problemas futuros. O passo a passo esta disponível no Apêndice C.

A densidade da porta é dada pela massa da porta dividida por seu volume, da seguinte forma:

$$\rho = \frac{m}{v} \quad (4.1)$$

$$\rho = 453.5147 \text{Kg}/\text{m}^3$$

Como a densidade é constante, sera a mesma para toda a porta  $\rho = 1$ , usando a formula:

$$\bar{X} = \frac{\int_{x_i}^{x_f} \int_{y_i}^{y_f} \rho \cdot x \cdot dx \cdot dy}{\int_{x_i}^{x_f} \int_{y_i}^{y_f} \rho \cdot dx \cdot dy} \quad (4.2)$$

$$\bar{Y} = \frac{\int_{x_i}^{x_f} \int_{y_i}^{y_f} \rho \cdot y \cdot dx \cdot dy}{\int_{x_i}^{x_f} \int_{y_i}^{y_f} \rho \cdot dx \cdot dy} \quad (4.3)$$

Centro de Massa encontrado, sendo 45 cm em x, 98 cm em y

Com essa informação, realizou-se o experimento esquematizado na Figura 2 para descobrir quanta força é necessária para abrir ou fechar a porta. O valor próximo de 5 *Newtons* foi encontrado.

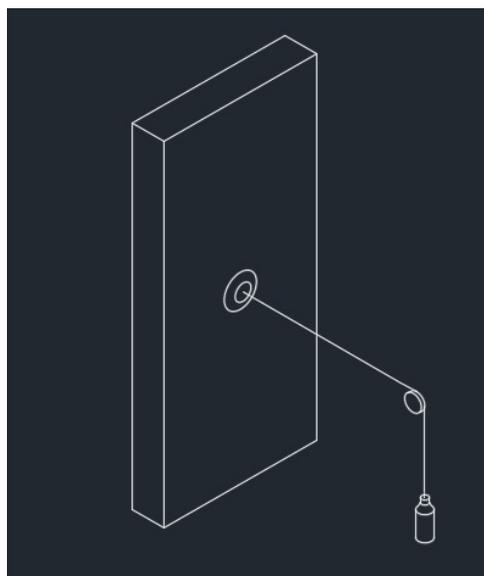
Para saber com exatidão o valor da massa da garrafa com água, seguiu-se um roteiro com os 8 passos de um processo de medição ([ALBERTAZZI; SOUZA, 2008](#)) disponível no apêndice A. O sistema de medição usado foi uma balança semi analítica da marca Marte Científica modelo (AD 500) do laboratório de física. Foram feitas 5 medições repetidas para a mesma massa, inseridas como variável de entrada em um *script* no *Matlab* (Anexo B).

Com a incerteza expandida calculada, e sendo o mensurando invariável, o resultado da medição é calculado por:

$$RM = \bar{I} \pm U \quad (44.)$$

$$RM = (476,6050 \pm 0.0608)g$$

Figura 2 – Experimento



Fonte: Próprios autores

Tabela 1 – Variáveis de entrada (Script :Processo de Medição)

Nº	Indicações(g)
1	476,672
2	476,622
3	476,603
4	476,541
5	476,593
Média:476,6052g	Desvio Padrão:0,0475g

Fonte: Próprios autores

Tabela 2 – Variáveis de Saída: Script Processo de Medição

Massa(g)	Incerteza
476,6050	±0,0608
Força(N)	Incerteza
4,66600	±0,00059

Fonte: Próprios autores

A força aplicada para fechar a porta, será igual a força peso que a garrafa exercerá de acordo com o experimento. Aplicando a da segunda lei de Newton  $F = m \cdot a$ , onde  $a = g$ (aceleração da gravidade).

A força peso é dada por:

$$F = m \cdot g \quad (4.5)$$

A incerteza da força peso é dada por:

$$I_R \cdot F = (1,27 \cdot 10^{-4} \cdot (4,666)) = 0,00059N \quad (4.6)$$

O Resulta final da força peso é expresso por

$$F = 4,66600 \pm 0,00059N$$

#### 5.1.1.1 Aceleração e velocidade angular do movimento da porta

Foi necessário descobrir a velocidade angular da porta, para estudar o seu movimento. Para isso foi preciso saber de antemão a sua aceleração angular. Para essa informação, é necessário o cálculo do momento de inercia da porta, pelas equações abaixo(HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2016):

$$I = \frac{M \cdot L^2}{3} \quad (4.7)$$

$$I = 8.10Kg \cdot m^2$$

A aceleração angular da porta foi calculada através da Segunda Lei de Newton para rotações:

$$\begin{aligned} \tau &= I \cdot \alpha \\ \alpha &= \frac{\tau}{I} = 0.248rads/s^2 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Os procedimentos de cálculos estão disponíveis no apêndice D. Foi feito um *script* em *Matlab* para o cálculo da aceleração angular (Anexo E), onde as variáveis de entrada e saída estão nas tabelas a seguir:

Tabela 3 – Variáveis de entrada (Cálculo da aceleração angular)

Variável	Valor	Unidade
Massa	30	Kg
Largura da porta	0,90	m
Posição de aplicação do torque	0,45	m
Ângulo de aplicação do torque	$\pi/2$	rad/s

Fonte: Próprios autores

Tabela 4 – Variáveis de saída (Cálculo da aceleração angular)

Variável	Valor	Unidade
Momento de Inércia	8,10	$Kg.m^2$
Torque	2,01	N.m
Aceleração angular	0,248	rad/s

Fonte: Próprios autores

Assim, considerando o tempo de dez segundos que a porta levou para completar o movimento de um arco de  $90^\circ$ , e assim, utilizando a equação :

$$\omega_f = \omega_i + \alpha \cdot t \quad (4.9)$$

A velocidade angular da porta é:

$$\omega_f = 2.48 \text{rads/s}$$

A velocidade tangencial da porta é dada por:

$$v_t = \omega_f \cdot R \quad (4.10)$$

$$v_t = 2.232 \text{m/s}$$

## 5.2 Relação entre a distância e a força aplicada

O próximo ponto importante no estudo dos movimentos da porta é encontrar a relação entre a força usada para abrir ou fechar a porta e a distância de aplicação da força.

O experimento foi feito variando as massas em diferentes posições para encontrar alguma relação entre elas. Ao usar a massa de 0.476kg, em 0.42 metros afastado do eixo de rotação, a dobradiça, o tempo de dez segundos foi marcado. Em outras duas posições, com outras massas, o mesmo tempo foi marcado. A tabela abaixo mostra em qual posição e com qual massa de água o mesmo tempo pode ser marcado.

Tabela 5 – Variáveis de entrada (Posições e massas para o mesmo tempo)

Massa	Posição	Tempo
0,476 kg	0,42 m	10 s
0,357 kg	0,55 m	10 s
0,250 Kg	0,80 m	10 s

Fonte: Próprios autores

Escrevendo a posição como função da massa de água, o seguinte sistema foi obtido:

$$\begin{cases} \text{posição} = \text{massa} \cdot a + b \\ 0.42 = 0.476 \cdot a + b \\ 0.55 = 0.357 \cdot a + b \\ 0.8 = 0.254 \cdot a + b \end{cases}$$

Em que  $A$  é a matriz de coeficientes,  $x$  a matriz de incógnitas e  $b$  a matriz de resultados. Assim:

$$\begin{bmatrix} 0.476 & 1 \\ 0.357 & 1 \\ 0.254 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.42 \\ 0.57 \\ 0.80 \end{bmatrix}$$

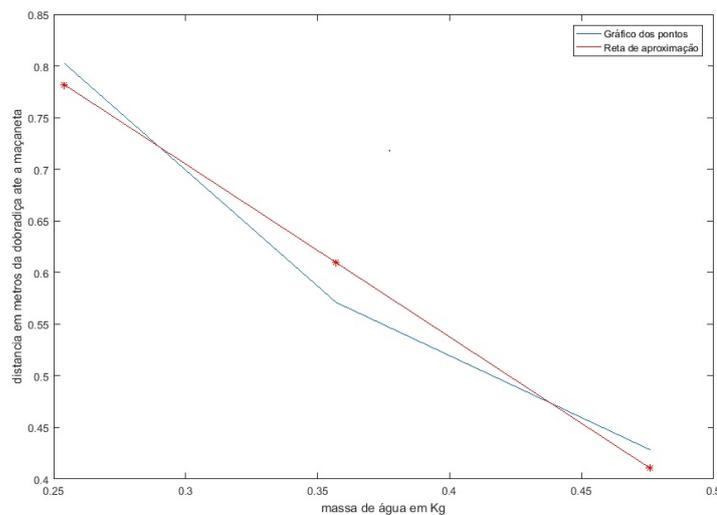
Para encontrar essa reta, foi usada a regressão linear, a formula da regressão linear é (ANTON; RORRES, 2012):

$$x = (A^t A)^{-1} \cdot A^t \cdot b \quad (4.11)$$

Obtendo:

$$x = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.6737 \\ 1.2071 \end{bmatrix}$$

Figura 3 – Gráfico da relação entre posição e massa de água utilizada



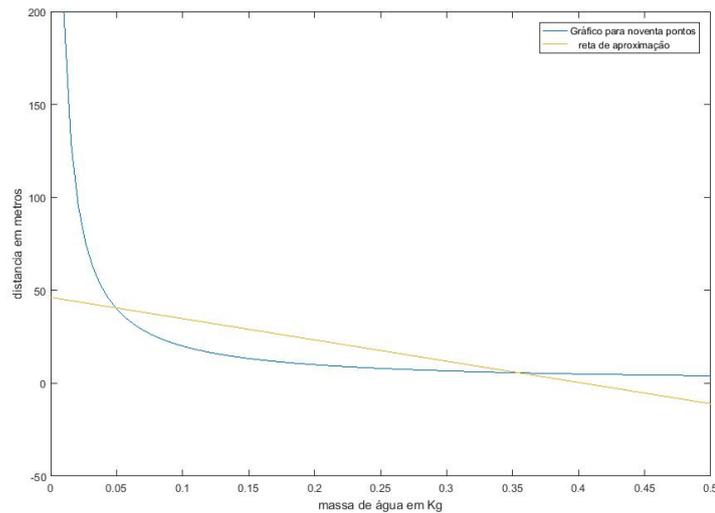
Fonte: Proprios autores

A reta em vermelho, representa a melhor aproximação para os três pontos aferidos, porém para uma maior quantidade de pontos, o gráfico em azul demonstra um

comportamento hiperbólico e uma reta passa a não ser a melhor forma de aproximar esses pontos.

O gráfico abaixo foi gerado no *software Matlab* utilizando 90 pontos, é possível perceber que ambas as extremidades tendem a crescer cada vez mais e a mesma reta de aproximação passa a não representar a melhor aproximação.

Figura 4 – Gráfico da relação entre posição e massa de água utilizada para noventa pontos



Fonte: Proprios autores

Contudo, nos três pontos medidos, observou-se que quanto mais próximo da dobradiça, uma maior quantidade de massa era necessária para provocar o mesmo deslocamento e de acordo com que se aproxima da maçaneta, menos água era necessário. Com essa informação, foi possível estimar uma faixa de torques mínimos e máximos que a dobradiça estaria sujeita:

$$0.0466Kg \cdot m \leq \tau \leq 4.194Kg \cdot m$$

Com o torque médio no centro de massa de:

$$\tau = 2.1Kg \cdot m$$

Baseada na força e na massa de água calculada durante o trabalho.

### 5.2.1 A escolha da mola

Se tratando de um movimento circular, um de tipo de mola ideal, para a solução deste problema, seria uma mola de torção, pois trabalha de forma circular. Uma mola de torção é composta pelo seu corpo (espiras, espaçadas ou não) e duas extremidades em formas

de braços (ou alavanca) onde será aplicada as forças. O seu movimento natural é o enrolamento ou desenrolamento de suas espiras, isso causa um armazenamento de energia elástica, que terá como resultado um amortecimento do corpo em questão (INTERNATIONAL, 2014).

A figura 4 ilustra um exemplo deste tipo de mola:

Figura 5 – Mola de torção



Fonte: <[www.mixmolas.com.br/molasesde-torcaos.php](http://www.mixmolas.com.br/molasesde-torcaos.php)> Acesso em: 19 de maio de 2017

## 6 Metodologia

### 6.1 Especificações da mola

Para chegar aos parâmetros ideais da mola para o caso em questão, vai ser utilizado a metodologia e os principais conceitos apresentados no livro “Projetos de engenharia mecânica” de [Shigley e Mischke \(2005\)](#). Na construção de uma mola, exigências podem ser feitas para que não se tenha um futuro prejuízo. Sob olhar físico, pode se exigir de uma mola algumas características mecânicas, como:

- alto limite de escoamento ;
- alto limite de fadiga;
- elevada resiliência.

Tais características estão relacionadas com o material a ser utilizado na construção da mola. Os principais aços utilizados na fabricação de molas são os denominados “Aços molas”, eles atendem aos requisitos necessários para a confecção de molas, como alto limite de elasticidade e limite de fadiga. Os aços utilizados em molas de pequena dimensão com designação ABNT são; aço: 1050, 1065, 1080, 1090, 1095, 6150, 9254. Para molas de torção, elas podem ser confeccionadas nas seguintes matérias-primas: aço mola inox, aço mola 1070 e aço mola 1090, esses são alguns exemplos que podem se usar no caso em questão. O aço a ser escolhido foi o aço mola 1070, ele atende a todos os requisitos necessários e tem seu custo inferior aos demais([SHIGLEY; MISCHKE, 2005](#)). Com o material definido basta chegar aos parâmetros que constituíra a mola (Apêndice B) tendo em vista que a ideia base é assegurar a resistência da mola. O índice de mola (C) é da por

$$C = \frac{D}{d} \quad (5.1)$$

$$C = 5.25$$

O índice de mola é uma representação da curvatura da espira. Quanto maior este parâmetro, maior a razão entre o diâmetro da mola e o diâmetro do arame. Em seguida, a constante de mola é definida, constante essa que também é interpretada como constante elástica da mola, variando de acordo com a natureza do material e suas dimensões. O valor da constante depende da forma de secção transversal do fio e se a tensão buscada é nas fibras internas ou externas do arame, as equações são dadas respectivamente

$$K_i = \frac{4 \cdot C - C - 1}{4 \cdot C^2 - 4 \cdot C}; \quad K_o = \frac{4 \cdot C - C - 1}{4 \cdot C^2 + 4 \cdot C} \quad (5.2)$$

Em vista do fato de que  $K_o$  é sempre menor que a unidade, se usa  $K_i$  para estimar as tensões.

$$K_i \cong 1.20$$

Em molas de torção a flexão é induzida nas espiras em vez de torção, pois as tensões residuais introduzidas durante o enrolamento estão na mesma direção, mas têm sinais opostos as tensões de trabalho que ocorre durante o uso. A tensão de flexão para uma mola de fio redondo é dada pela equação:

$$\sigma = \frac{K_i \cdot 32 \cdot M}{\pi \cdot d^3} \quad (5.3)$$

$$\sigma = 232 \text{ Mpa}$$

Um script (Anexo F) através do *software Matlab* foi criado para encontrar a tensão que será aplicada sobre a mola. As tabelas 6 e 7 apresentam as variáveis de entrada e saída:

Tabela 6 – Variáveis de entrada (Cálculo da tensão)

Variável	Valor	Unidade(g)
Diâmetro externo	8,4	mm
Diâmetro do arame	1,6	mm
Força aplicada sobre a alavanca	4,66	N
Posição de aplicação da força	16,7	mm

Fonte: Próprios autores

Tabela 7 – Variáveis de saída (Cálculo da tensão)

Variável	Valor	Unidade(g)
Tensão	232	Mpa

Fonte: Próprios autores

A tensão encontrada, seria a tensão total aplicada sobre apenas uma mola, analisando agora o limite de escoamento do material, que será o aço 1070 verifica-se que a tensão encontrada não está dentro de seu regime elástico. Na Figura 5, se obtém o limite escoamento do aço em questão. Nessa figura a unidade apresentada é o PSI (*pound force per square inch*), se converte para Mpa (Mega pascal) que é a unidade trabalhada ao decorrer do projeto.

Figura 6 – Propriedades mecânica de aço carbono

AISI AND SAE	TYPE OF PROCESSING	TENSILE STRENGTH PSI	YIELD STRENGTH PSI	ELONGATION IN 2 IN., %	REDUCTION IN AREA, %	BRINELL HARDNESS	AVERAGE MACHINABILITY RATING (COLD DRAWN 1112= 100%)
1050	Hot rolled	90,000	49,500	15	35	179	45
	Cold drawn ACDa	100,000 95,000	84,000 80,000	10 10	30 40	197 189	55
1055	Hot rolled	94,000	51,500	12	30	192	55
	ACDa	96,000	81,000	10	40	197	
1060	Hot rolled	98,000	54,000	12	30	201	60
	SACDc	90,000	70,000	10	45	183	
1064	Hot rolled	97,000	53,500	12	30	201	60
	SACDc	89,000	69,000	10	45	183	
1065	Hot rolled	100,000	55,000	12	30	207	60
	SACDc	92,000	71,000	10	45	187	
1070	Hot rolled	102,000	56,000	12	30	212	55
	SACDc	93,000	72,000	10	45	192	
1074	Hot rolled	105,000	58,000	12	30	217	55
	SACDc	94,500	73,000	10	40	192	
1078	Hot rolled	100,000	65,000	12	30	207	55
	SACDc	94,000	72,500	10	40	192	
1080	Hot rolled	112,000	61,500	10	25	229	45
	SACDc	98,000	74,000	10	40	192	
1084	Hot rolled	119,000	65,500	10	25	241	45
	SACDc	100,000	77,000	10	40	192	
1085	Hot rolled	121,000	66,500	10	25	248	45
	SACDc	100,500	78,000	10	40	192	

Fonte: <[www.summitsteel.com/resources/mechanical-properties/carbonsteel/](http://www.summitsteel.com/resources/mechanical-properties/carbonsteel/). Acesso em: 18dejunhode2017>

O limite de escoamento para o aço 1070 é  $386\text{Mpa}$ .. Este valor está acima da tensão encontrada, ou seja a tensão aplicada será inferior ao limite de escoamento, confirmando a resistência da mola (MOTT et al., 2006). A ideia é ter a melhor performance possível, uma mola faria seu papel com eficiência nestas circunstâncias, porém em condições diferentes como por exemplo com uma porta de massa maior ou condições ambientais mais rigorosas (excesso de vento), colocar três dobradiças seria mais conveniente. Segue-se o seguinte raciocínio. Colocando três dobradiças a tensão será distribuída, pela equação:

$$\sigma = \frac{K_i \cdot 32 \cdot M}{\pi \cdot d^3} \quad (5.3)$$

Essa será a tensão aplicada em cada mola. o parâmetro M ( momento fletor), pode ser entendido com a dificuldade que a porta terá para realizar o trabalho sobre a mola, então se divide o momento por três obtendo-se:

$$M = 25.94$$

Substituindo na equação(5.3), a tensão será

$$\sigma \cong 77\text{Mpa}$$

Essa será a tensão aplicada em cada mola. Essa tensão fará com que todo o trabalho aplicado sobre o sistema porta-dobradiça seja distribuído, tendo como resultando uma maior vida útil.

## 7 Resultados

### Estudo da viabilidade da Dobradiça com Mola no mercado

Após todo o procedimento de criar uma dobradiça que faria o papel de amenizar impactos inesperados feitos por portas, introduzindo uma mola de torção em sua estrutura, foi feito um estudo para verificar sua aceitação no mercado. Foram feitas perguntas para duas revendedoras de dobradiças na cidade, para saber se a dobradiça com mola teria uma boa aceitação no mercado. Após o estudo, o grupo chegou à conclusão de que a dobradiça para ser aceita no mercado deve ter um bom custo-benefício, estar dentro dos padrões da ABNT e garantir o funcionamento do mesmo. Já sabendo da opinião dos fornecedores, uma pesquisa no Campus foi elaborada com alguns alunos do 1º e 2º período, chegando a um total de 26 pessoas entrevistadas, para saber diferentes opiniões sobre o produto.

A pesquisa foi respondida por pessoas com média entre 20 e 21 anos de idade, onde aproximadamente 73% eram homens, informação extremamente necessária, para o direcionamento do público alvo, que o *marketing* deve atingir, na hipótese de uma propaganda, em caso de venda do produto. O formulário apresentava perguntas que tratavam da opinião do entrevistado sobre, a utilidade e o quão interessante pode ser, se o mesmo compraria e estaria disposto a recomendar para conhecidos e qual sua opinião de preço, do produto em questão.

Após a conclusão do estudo descritivo, foi possível constatar, que de 0 a 10, onde 0 é nada interessante e útil, e 10 é muito útil e interessante, a dobradiça apresenta uma média entre 7 e 8, onde 88,5% compraria e 96,2% recomendaria para algum conhecido. A discrepância dessas porcentagens, se deve a uma quantidade de pessoas que não compraria, pelo fato de não precisarem do produto no seu dia-a-dia, porém recomendaria, para alguém necessitado da função que a dobradiça pode oferecer. De acordo com os entrevistados um preço acessível e que condiz com o incremento acoplado, está por volta de R\$ 24,00, é válido lembrar, que na ocorrência do comércio deste produto, seu preço estaria relacionado a todo processo sofrido na produção, encargos de impostos entre outros fatores, e não ao preço gerado por essa pesquisa. Durante a pesquisa foi atribuído adjetivos pelos entrevistados, o gráfico pode ser visto Apêndice E.

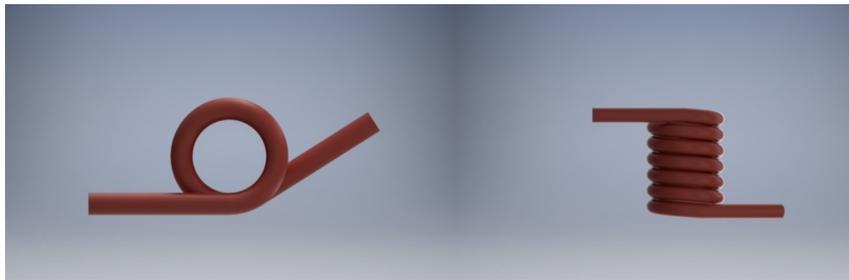
Saindo do mérito da pesquisa, por meio da amostra obtida é possível inferir a média de idade, da população de alunos do 1º e 2º período do curso de engenharia mecânica do IFMG (Instituto Federal de Minas Gerais) no ano de 2017, através da média da amostra com um nível de confiança de 95%, para estimar a idade da população que eventualmente iriam adquirir a dobradiça com mola, no caso da comercialização do mesmo, visto que

toda a amostra advém, desta população. Após um procedimento feito com as informações pode-se concluir que a média de idade da população de alunos, está entre 20 e 22 anos, com uma certeza de 95%.

## 8 Conclusões

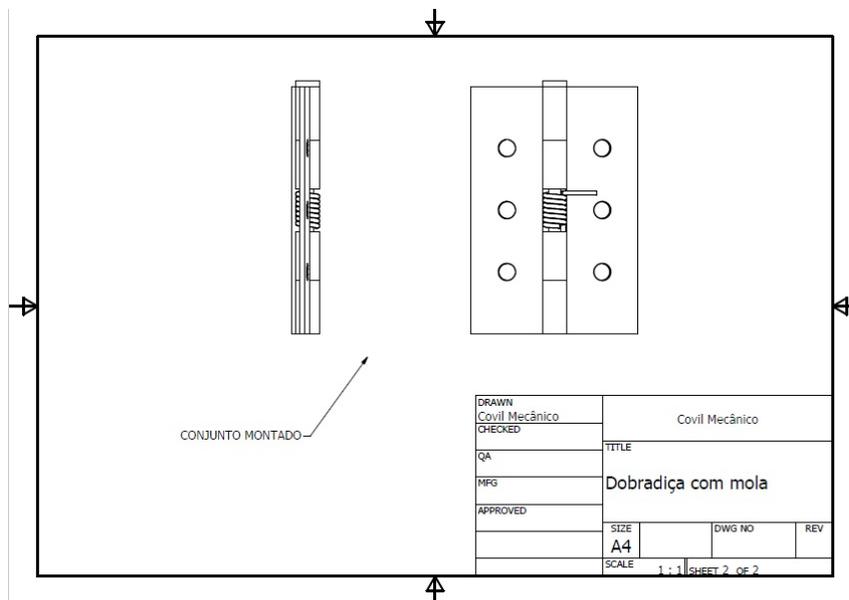
Após feitos os cálculos e com a ajuda do *software* Inventor, a mola pode ser vista na Figura 6 e para que o acoplamento da mola na dobradiça ocorresse, a dobradiça foi inteiramente remodelada, a Figura 7 mostra como ficou o projeto concluído e a Figura 8, mostra suas peças separadas em suas devidas dimensões.

Figura 7 – Mola criada a partir do *software* Inventor



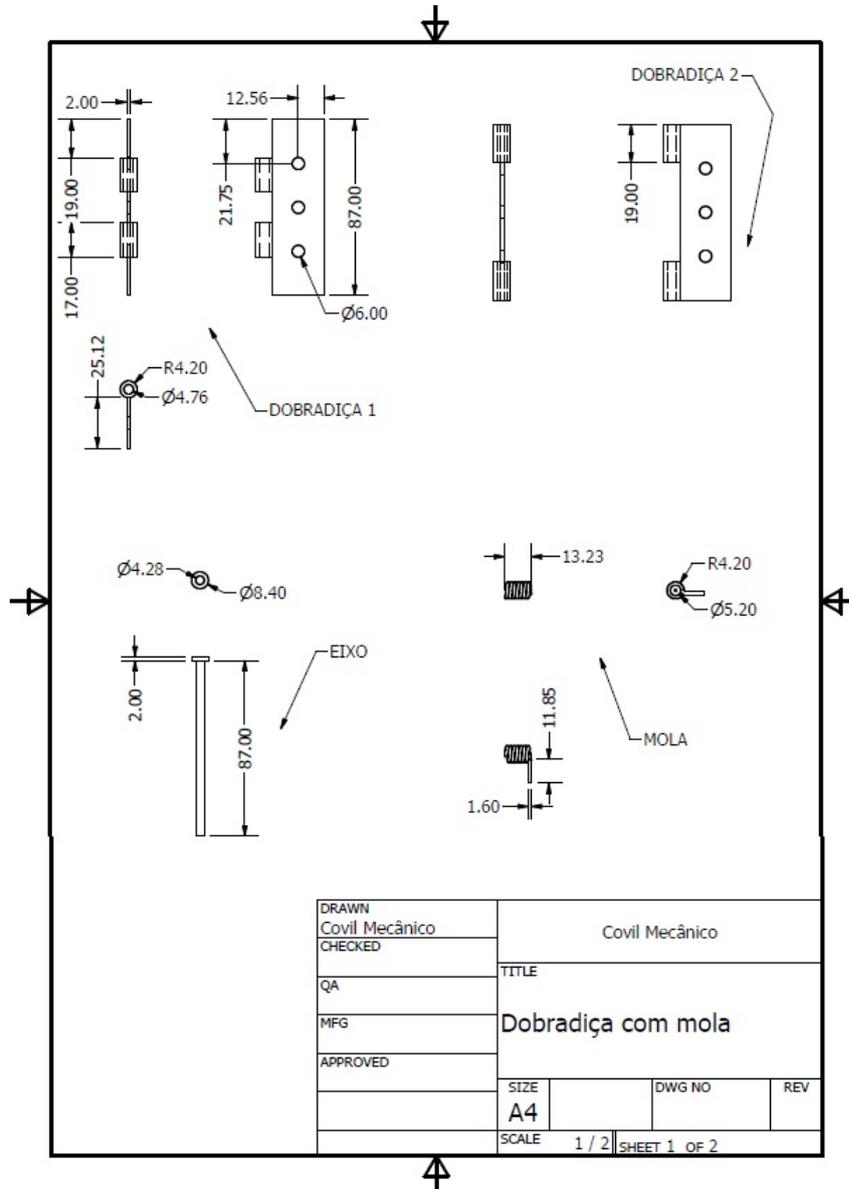
Fonte: Próprios autores

Figura 8 – Projeto concluído



Fonte: Próprios autores

Figura 9 – Dimensões e vistas da dobradiça com mola



Fonte: Próprios autores

Todo o procedimento utilizado ao decorrer do projeto, é limitado às ocasiões apresentadas. Todo o dimensionamento da dobradiça junto à mola foi feito levando em conta que não se pode ultrapassar as dimensões do espaço disposto.

## Referências

- ALBERTAZZI, A.; SOUZA, A. de. *Fundamentos de metrologia científica e industrial*. São Paulo: Pearson, 2008. Citado na página 19.
- ANTON, H.; RORRES, C. *Álgebra Linear com aplicações*. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012. Citado 4 vezes nas páginas 23, 56, 58 e 60.
- FERRAGENS, M. F. e. *Acabe com o bate portas*. 2017. Disponível em: <<http://www.mercalar.com.br/dicas/acabe-com-o-bate-bate-de-portas>>. Acesso em: 05 abr. 2017. Citado na página 18.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos de Física*. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 46.
- INTERNATIONAL, C. E. *Molas de torção*. 2014. Disponível em: <<http://elismol.com.br/produto/mola-de-torcao/molas-de-torcao/>>. Acesso em: 30 abr. 2017. Citado na página 25.
- LEITHOLD, L. *O Cálculo com Geometria Analítica*. 3. ed. São Paulo, SP: Harbra, 1994. Citado na página 19.
- LOPES, W. Variação da aceleração da gravidade com a latitude e altitude. *Departamento de Física Universidade Guarulhos*, Guarulhos, p. 7, 2008. Citado na página 38.
- MOTT, R. et al. *Diseño de elementos de máquinas*. Pearson/Educación, 2006. ISBN 9789702608127. Disponível em: <[https://books.google.com.br/books?id=nrYd\\\_BjTL0UC](https://books.google.com.br/books?id=nrYd\_BjTL0UC)>. Citado na página 28.
- SHIGLEY, J.; MISCHKE, C. *Projeto de Engenharia Mecânica*. Bookman, 2005. ISBN 9788536305622. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=xZFaJHZfuTwC>>. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 26.
- VASCONCELOS, T. F. de. *Tópico 06: Multiplicando Vetores*. Disponível em: <[http://www.vdl.ufc.br/solar/aula\\_link/lfis/A\\_a\\_H/fisica\\_I/aula\\_01/06.html#retratil](http://www.vdl.ufc.br/solar/aula_link/lfis/A_a_H/fisica_I/aula_01/06.html#retratil)>. Acesso em: 23 mai. 2017. Citado na página 56.

# Apêndices

# APÊNDICE A – Oito passos do processo de medição

## Passo 1: Análise do processo de medição

Com base nos 5 elementos que compõem o resultado de medição, e com as informações disponíveis das incertezas presentes, a análise do processo de medição foi realizada.

O mensurando é a massa da garrafa de água, de caráter invariável. O procedimento de medição consistiu em ligar a balança e esperar seu tempo de estabilização. Foram executadas 5 medições repetidas, onde a garrafa é retirada e posicionada novamente na balança.

Devido a impossibilidade de obter o certificado de calibração da balança utilizada não foi possível compensar os erros sistemáticos e as incertezas de calibração. A temperatura no momento da experiência não foi considerada como fonte de incerteza expressiva, devido a falta de informações das contribuições da variação de temperatura no resultado final de medição. Com cuidado e posicionamento correto do mensurando na balança, o operador não influencia o resultado final da medição.

## Passo 2: Identificação das fontes de incertezas

Com base na análise do processo de medição, as principais fontes de incertezas foram identificadas:

- A repetitividade da balança ( $R_e$ ) é uma contribuição aleatória, devido as indicações não apresentarem o mesmo valor para medições repetidas.
- A resolução limitada da balança  $R$  é uma fonte de incerteza. Indicações contendo décimos de milésimo de grama são arredondadas para o milésimo mais próximo. Este erro de arredondamento gerado pela resolução limitada gera uma contribuição aleatória.

Como não há mais informações de incertezas que influenciam no processo de medição, somente serão consideradas as duas últimas fontes citadas acima.

### Passo 3: Quantificação dos efeitos sistemáticos

A repetitividade ( $Re$ ) e resolução limitada  $R$  são incertezas que não contêm componentes sistemáticas. Como são as únicas incertezas apresentadas, nenhuma de caráter sistemático foi contabilizada.

### Passo 4: Quantificação dos efeitos aleatórios

As duas fontes de incertezas possuem contribuição aleatória:

- A repetitividade da balança gera uma incerteza padrão, calculada a partir do desvio padrão da média das 5 indicações. A equação utilizada para o cálculo da incerteza padrão da repetitividade é a seguinte:

$$u_{Re} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{0,0475}{\sqrt{5}} = 0,0212g \quad (A.1)$$

O número de graus de liberdade é igual o número de medições menos um  $V_{Re} = 5 - 1 = 4$

- A incerteza padrão do erro de arredondamento é determinada assumindo uma distribuição retangular, com  $a = \frac{Rs}{2}$

$$U_R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{Rs/2}{\sqrt{3}} = \frac{0,001/2}{\sqrt{3}} = 2,887 \cdot 10^{-4}g \quad (A.2)$$

Para uma distribuição retangular assume-se que o número de graus de liberdade é igual a  $\infty$ ,  $V_{Re} = \infty$

### Passo 5: Cálculo da Correção Combinada

Como não foram quantificados erros sistemáticos, também não haverá existência de correção combinada.

### Passo 6: Cálculo da Incerteza Combinada e do número de graus de liberdade efetivos

A incerteza combinada é calculada a partir da equação:

$$u_c = \sqrt{u_{Re}^2 + u_R^2} \quad (A.3)$$

$$u_c = \sqrt{4,4944 \cdot 10^{-4} + 8,33 \cdot 10^{-8}}$$

$$u_c = \sqrt{(44944 + 8,33) \cdot 10^{-3}}$$

$$u_c = 0,0212$$

A partir desse resultado, pode-se concluir que a contribuição da incerteza da padrão do erro de arredondamento no cálculo da correção combinada é praticamente inexpressível. A incerteza dominante é a incerteza padrão da repetitividade, cerca de 5395 vezes maior.

O número de graus de liberdade efetivo é calculado pela equação de *Welch-Satterthwaite*:

$$\frac{u_c^4}{V_{ef}} = \frac{u_{Re}^4}{V_{Re}} + \frac{u_R^4}{V_R} \quad (A.4)$$

$$\frac{(0,0212)^4}{V_{ef}} = \frac{(0,0212)^4}{4} + \frac{(2,887 \cdot 10^{-4})^4}{\infty}$$

$$V_{ef} = \frac{4 \cdot (0,0212)^4}{(0,0212)^4} = 4$$

### Passo 7: Cálculo da Incerteza expandida

A incerteza expandida representa o intervalo no qual existe uma probabilidade de 95% de encontrar a parte aleatória dos erros de um sistema de medição. O seu cálculo consiste em multiplicar o coeficiente "t" de *student* respectivo para o número de graus de liberdade calculado acima pela incerteza combinada.

$$U = t \cdot u_c = 2,869 \cdot (0,0212) = 0,0608g \quad (A.5)$$

### Passo 8- Expressão do Resultado final da Medição

Com a incerteza expandida calculada, e sendo o mensurando invariável, o resultado da medição é calculado por:

$$RM = \bar{I} \pm U \quad (A.6)$$

$$RM = (476,6050 \pm 0.0608)g$$

A força aplicada para fechar a porta, será igual a força peso que a garrafa exercerá de acordo com o experimento. Aplicando a da segunda lei de Newton  $F = m \cdot a$ , onde  $a = g$ (aceleração da gravidade).

A força peso é dada por:

$$F = m \cdot g \rightarrow F = 476,6050 \cdot 9,79 = 4,665N \quad (A.7)$$

Assim, a incerteza da força peso é dada por  $I_R \cdot F = (1,27 \cdot 10^{-4} \cdot (4,666)) = 0,00059N$   
O Resulta final da força peso é expresso por  $F = 4,66600 \pm 0,00059N$

### Explicação sobre a pouca influência da variação da gravidade nos calculos

A aceleração da gravidade não é uma grandeza física constante, mas para facilitar a resolução dos problemas, tornou-se hábito assumir o seu valor em torno de  $9,81m/s^2$  ou  $10m/s^2$ . Porém a aceleração da gravidade varia em lugares diferentes, em função da latitude e altitude. Lopes (2008) propôs uma equação (1) para calcular o módulo do vetor aceleração da gravidade em função da latitude e altitude. O resultado da mesma fornece o valor da aceleração da gravidade, a partir da gravidade padrão= $9,8062m/s^2$  e em função da latitude e altitude:

$$g(\lambda, z) \cong \frac{g_p}{1 + \beta/2} \cdot (1 + \beta \text{sen}(\lambda)^2) \cdot (1 - 2z/R) \quad (A.8)$$

Para a cidade de Arcos o valor da altitude e latitude são respectivamente  $z = 740$ , e  $\lambda = 20^\circ 17' 29''$ . O calculo da gravidade para a cidade de arcos foi feito no *software MATLAB*, disponível no anexo A, obtendo o valor de  $g = 9,79m/s^2$ . A variação calculada foi considerada inexpressível, cerca de 0.01 Visto que a gravidade não apresenta grandes influências, o peso da garrafa de água é calculado por:

$$F = m \cdot g \quad (A.7)$$

Porém a massa carrega uma incerteza, que deve ser considerada para o calculo da força peso, como incerteza relativa.

$$I_R = \frac{U}{m} \cdot 100 \quad (A.9)$$

$$I_R = \frac{0,0608}{476,6050} \cdot 100 \rightarrow I_R = 0,0127\%$$

## APÊNDICE B – Metodologia

Após estudos de suas propriedades mecânicas e o material da mola já escolhido, basta obter às dimensões ideias. O Índice de mola é encontrado através da Tabela 1, repare que o diâmetro do fio se relaciona diretamente ao diâmetro externo da mola.

Figura 10 – Tabela – Relação do diâmetro externo com o diâmetro do fio.

A	B	C	D	E	F	G	I				
N°	TIPO	Externo	ARAME	INTERNO	COMP	HASTE	PASSO	VÃO	NR ESP	MATERIAL	ACABAMENTO
882	Torção	8,2	1	6,2	6	13	1		6	INOX	NATURAL
1693	Torção	8,4	1	6,4	9,2	16	1		9	CARBONO	NATURAL
1648	Torção	8,4	1,2	6	27,9	11,6	1,2		23	CARBONO	NATURAL
872	Torção	8,4	1,6	5,2	4,8	26	1,6		3	CARBONO	ZINCADO
2446	Torção	8,8	1,9	5	15,3	64,8	1,9		8	CARBONO	NATURAL

Fonte: [www.molas.com.br](http://www.molas.com.br) .( Acesso em: 02 de junho de 2017)

Para uma mola de 8,4 mm de diâmetro externo, têm-se 1.6 mm para o fio. Utiliza-se a equação:

$$C = \frac{D}{d} \Rightarrow C = \frac{8,4mm}{1,6mm} \Rightarrow C = 5,25 \quad (B.1)$$

OBS: a unidade de medida metro (m) é utilizada a título de consistência de dados, em cálculos práticos, milímetros é mais conveniente.

Em seguida, é necessário saber a constante de mola. Essa constante é também conhecida como constante elástica da mola, nesse caso é necessário analisar a forma de secção transversal do fio e se a tensão buscada é nas fibras internas ou externas do arame. Para se ter uma breve noção de secção transversal, imagine o fio da mola e tome duas direções, uma longitudinal (ao logo de seu comprimento) e outra transversal (perpendicular ao comprimento). Na direção longitudinal, após um corte o fio apresentará uma superfície retangular e uma secção transversal apresentará uma superfície circular. A constante de mola é dada pelas equações

$$K_i = \frac{4C^2 - C - 1}{4C^2 - 4C} ; K_o = \frac{4C^2 - C - 1}{4C^2 + 4C} \quad (B.2)$$

Em vista do fato de que as tensões residuais aplicadas nas fibras externas  $K_o$  do fio de uma mola de torção é sempre menor que uma unidade, ou seja, qualquer valor atribuído ao índice de mola (C) terá como resultado um valor menor que 1, a ideia é superestimar a resistência da mola e não subestimá-la, então se usa  $K_i$  para estimar as tensões, que será as tensões aplicadas nas fibras internas do fio.

$$K_i = \frac{4.(5,25^2) - 5,25 - 1}{4.(5,25^2) - 4.5.25} \Rightarrow K_i \cong 1,187N/m$$

$$K_i \cong 1,2$$

Em molas de torção a flexão é induzida nas espiras em vez de torção, pois as tensões residuais introduzidas durante o enrolamento estão na mesma direção, mas têm sinais opostos as tensões de trabalho que ocorre durante o uso. A tensão de flexão para uma mola de fio redondo é dada pela equação:

$$\sigma = K_i \frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3} \quad (B.3)$$

$$\sigma = 1.2 \cdot \frac{32(4.66)N \cdot (16.7)mm}{\pi \cdot (1.6)^3mm}$$

$$\sigma \cong 232Mpa$$

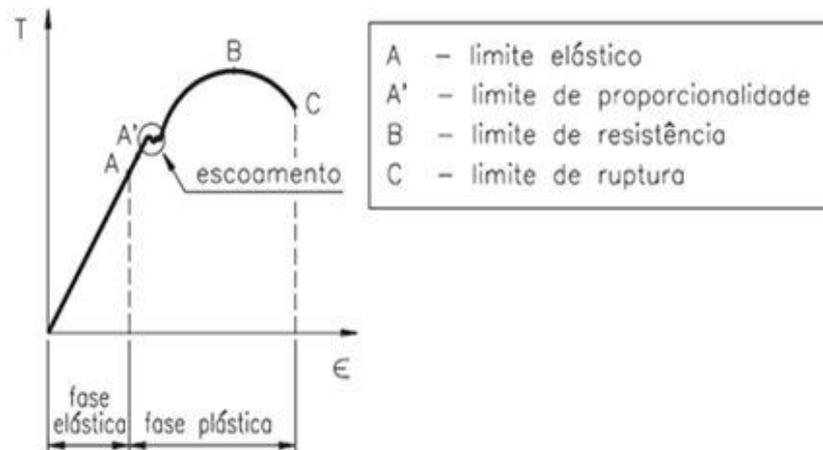
Este valor encontrado para tensão, é a tensão total aplicada sobre o sistema, ou seja toda a tensão seria aplicada sobre apenas uma mola e três dobradiças. Para se ter um conclusão da resistência da mola quando o trabalho for exercido sobre ela, é preciso analisar o material e seu limite de escoamento, para se ter certeza de que não ocorrerá uma deformação permanente. O Limite de escoamento é a tensão máxima que o material pode suportar ainda no seu regime elástico de deformação. O conceito de limite de escoamento pode ser interpretado na Figura 10. Quando se ultrapassa esse regime, o material não segue mais o conceito apresentado por Robert Hooke, de que a Força elástica produzida é diretamente proporcional á variação de posição da mola em relação ao seu estado de equilíbrio. Em sua lei ele relaciona á elasticidade de corpos, chegando aos valores de deformações sofridas pela aplicação de forças sobre eles. A lei de *Hooke* é dada pela equação

$$F_{el} = -K \cdot \Delta x \quad (B.4)$$

Após ultrapassado esse regime, o material começa a sofrer uma deformação plástica, que nada mais é uma deformação permanente.

A tensão encontrada, seria a tensão total aplicada sobre apenas uma mola. Na Figura 11, se obtém o escoamento do aço em questão, nessa Figura a unidade apresentada é o PSI, se converte para Mpa (Mega pascal) que é a unidade trabalhada ao decorrer do projeto.

Figura 11 – Limite de escoamento



Fonte: [www.infoescola.com/fisica/ensaio-de-tracao/](http://www.infoescola.com/fisica/ensaio-de-tracao/). (Acesso em: 18 de junho de 2017.)

Figura 12 – Resistência ao escoamento e outras de características de aços carbono.

AISI AND SAE	TYPE OF PROCESSING	TENSILE STRENGTH PSI	YIELD STRENGTH PSI	ELONGATION IN 2 IN., %	REDUCTION IN AREA, %	BRINELL HARDNESS	AVERAGE MACHINABILITY RATING (COLD DRAWN 1112=100%)
1050	Hot rolled	90,000	49,500	15	35	179	45
	Cold drawn	100,000	84,000	10	30	197	55
	ACDa	95,000	80,000	10	40	189	
1055	Hot rolled	94,000	51,500	12	30	192	55
	ACDa	96,000	81,000	10	40	197	
1060	Hot rolled	98,000	54,000	12	30	201	60
	SACDc	90,000	70,000	10	45	183	
1064	Hot rolled	97,000	53,500	12	30	201	60
	SACDc	89,000	69,000	10	45	183	
1065	Hot rolled	100,000	55,000	12	30	207	60
	SACDc	92,000	71,000	10	45	187	
1070	Hot rolled	102,000	56,000	12	30	212	55
	SACDc	93,000	72,000	10	45	192	
1074	Hot rolled	105,000	58,000	12	30	217	55
	SACDc	94,500	73,000	10	40	192	
1078	Hot rolled	100,000	65,000	12	30	207	55
	SACDc	94,000	72,500	10	40	192	
1080	Hot rolled	112,000	61,500	10	25	229	45
	SACDc	98,000	74,000	10	40	192	
1084	Hot rolled	119,000	65,500	10	25	241	45
	SACDc	100,000	77,000	10	40	192	
1085	Hot rolled	121,000	66,500	10	25	248	45
	SACDc	100,500	78,000	10	40	192	

Fonte: [www.summitsteel.com/resources/mechanical-properties/carbonsteel/](http://www.summitsteel.com/resources/mechanical-properties/carbonsteel/). (Acesso em: 18 de junho de 2017.)

O limite de escoamento para o aço 1070 é  $386\text{Mpa}$ . Este valor está acima da tensão encontrada, ou seja, a tensão aplicada é inferior ao limite de escoamento, confirmando a resistência da mola sob estas condições. A idéia é ter a melhor performance possível, uma mola faria seu papel com eficiência, porém em condições diferentes como por exemplo uma porta de massa maior, ou condições ambientais mais rigorosas, colocar três dobradiças com a mola seria mais conveniente. Segue-se o seguinte raciocínio: Colocando três dobradiças a tensão será distribuída, pela equação:

$$\sigma = K_i \cdot \frac{32.M}{\pi.d^3} \tag{B.5}$$

O parâmetro M (momento fletor), pode ser entendido como a “dificuldade que a porta terá para realizar o trabalho sobre a mola”, então se divide o momento por três obtendo-se:

$$M = \frac{F \cdot r \cdot \sin \alpha}{3} \quad (B.6)$$

$$M = (4,66)N \cdot (16,7)mm \cdot \sin 90^\circ$$

$$M = 25,94$$

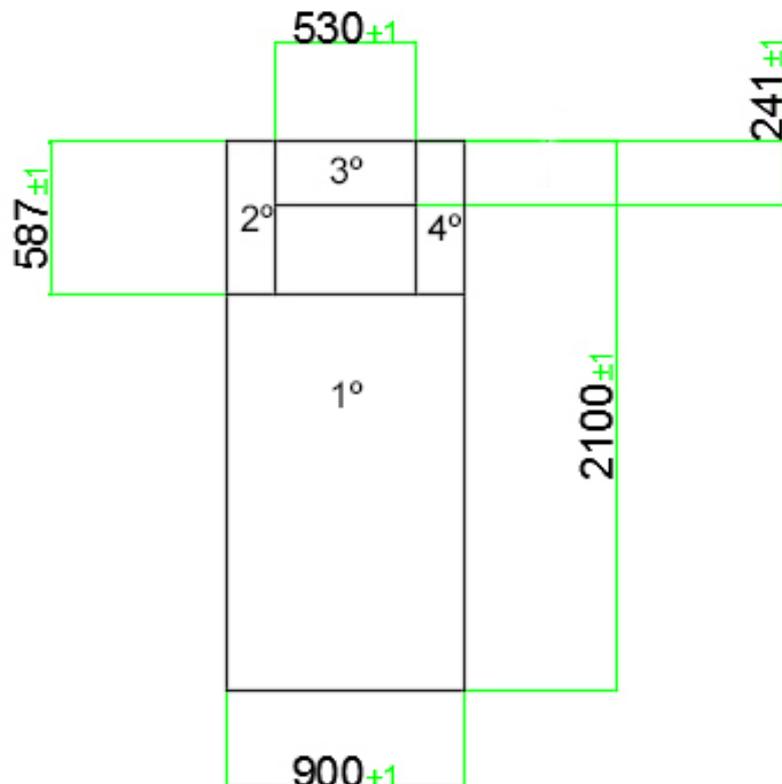
substituindo na equação, obtém se uma tensão de:

$$\sigma = 77Mpa$$

## APÊNDICE C – Centro de massa

Para descobrir o centro de massa da porta, a escolha por integrais duplas foi necessária para facilitar os cálculos, devido a assimetria de massa da porta em relação ao eixo horizontal. A porta foi particionada em vários retângulos e o centro de massa de cada retângulo é descoberto. O somatório de todos os centros de massa divididos pela soma de todas as áreas mostrará as coordenadas do centro de massa da porta.

Figura 13 – Desenho da porta segmentada por retângulos com cota e numeração



Fonte: Próprios autores

A densidade da porta é dada pela massa da porta em quilos dividida por seu volume em metros cúbicos, da seguinte forma:

$$\rho = m/v \quad (C.1)$$

$$\rho = 30kg/0.06615m^3$$

$$\rho = 453.5147Kg/m^3$$

Como a densidade é constante, sera a mesma para todos os retângulos  $\rho = 1$

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\int_{x_i}^{x_f} \int_{y_i}^{y_f} \rho \cdot x \cdot dx \cdot dy}{\int_{x_i}^{x_f} \int_{y_i}^{y_f} \rho \cdot dx \cdot dy} \\ \bar{Y} &= \frac{\int_{x_i}^{x_f} \int_{y_i}^{y_f} \rho \cdot y \cdot dx \cdot dy}{\int_{x_i}^{x_f} \int_{y_i}^{y_f} \rho \cdot dx \cdot dy}\end{aligned}\tag{C.2}$$

Primeiro Retângulo:  $(0 \leq x \leq 90)cm ; (0 \leq y \leq 151,3)cm$

Segundo Retângulo:  $(0 \leq x \leq 18,5)cm ; (151,3 \leq y \leq 210)cm$

Terceiro Retângulo:  $(18,5 \leq x \leq 71,5)cm ; (189,9 \leq y \leq 210)cm$

Quarto Retângulo:  $(71,5 \leq x \leq 90)cm ; (151,3 \leq y \leq 210)cm$

Para o primeiro retângulo:

$$\begin{aligned}\bar{X}_1 &= \frac{\int_0^{151,3} \int_0^{90} x \cdot dx \cdot dy}{\int_0^{151,3} \int_0^{90} dx \cdot dy}; & \bar{Y}_1 &= \frac{\int_0^{90} \int_0^{151,3} y \cdot dx \cdot dy}{\int_0^{90} \int_0^{151,3} dx \cdot dy} \\ \bar{X}_1 &= \frac{\int_0^{151,3} dy \cdot \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{90}}{\int_0^{151,3} dy \cdot [x]_0^{90}}; & \bar{Y}_1 &= \frac{\int_0^{90} dx \cdot \left[\frac{y^2}{2}\right]_0^{151,3}}{\int_0^{90} dx \cdot [y]_0^{151,3}} \\ \bar{X}_1 &= \frac{4050 \cdot [y]_0^{151,3}}{90 \cdot [y]_0^{151,3}}; & \bar{Y}_1 &= \frac{2289169 \cdot [x]_0^{90}}{151,3 \cdot [x]_0^{90}} \\ \bar{X}_1 &= \frac{612765}{13617}; & \bar{Y}_1 &= \frac{1028764,8}{13617}\end{aligned}$$

Para o segundo retângulo:

$$\begin{aligned}\bar{X}_2 &= \frac{\int_{151,3}^{210} \int_0^{18,5} x \cdot dx \cdot dy}{\int_{151,3}^{210} \int_0^{18,5} dx \cdot dy}; & \bar{Y}_2 &= \frac{\int_0^{18,5} \int_{151,3}^{210} y \cdot dx \cdot dy}{\int_0^{18,5} \int_{151,3}^{210} dx \cdot dy} \\ \bar{X}_2 &= \frac{\int_{151,3}^{210} dy \cdot \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{18,5}}{\int_{151,3}^{210} dy \cdot [x]_0^{18,5}}; & \bar{Y}_2 &= \frac{\int_0^{18,5} dx \cdot \left[\frac{y^2}{2}\right]_{151,3}^{210}}{\int_0^{18,5} dx \cdot [y]_{151,3}^{210}} \\ \bar{X}_2 &= \frac{171,125 \cdot [y]_{151,3}^{210}}{18,5 \cdot [y]_{151,3}^{210}}; & \bar{Y}_2 &= \frac{10604,155 \cdot [x]_0^{18,5}}{58,7 \cdot [x]_0^{18,5}}\end{aligned}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{196176,8675}{1085,95}; \quad \bar{Y}_2 = 180,65cm$$

Para o terceiro retângulo:

$$\bar{X}_3 = \frac{\int_{185,9}^{210} \int_{18,5}^{71,5} x \cdot dx \cdot dy}{\int_{185,9}^{210} \int_{18,5}^{53} dx \cdot dy}; \quad \bar{Y}_3 = \frac{\int_{18,5}^{71,5} \int_{185,9}^{210} y \cdot dx \cdot dy}{\int_{18,5}^{71,5} \int_{185,9}^{210} dx \cdot dy}$$

$$\bar{X}_3 = \frac{\int_{185,9}^{210} dy \cdot \left[\frac{x^2}{2}\right]_{18,5}^{71,5}}{\int_{185,9}^{210} dy \cdot [x]_{18,5}^{53}}; \quad \bar{Y}_3 = \frac{\int_{18,5}^{71,5} dx \cdot \left[\frac{y^2}{2}\right]_{185,9}^{210}}{\int_{18,5}^{71,5} dx \cdot [y]_{185,9}^{210}}$$

$$\bar{X}_3 = \frac{2385 \cdot [y]_{185,9}^{210}}{53 \cdot [y]_{185,9}^{210}}; \quad \bar{Y}_3 = \frac{477,595 \cdot [x]_{18,5}^{71,5}}{24,1 \cdot [x]_{18,5}^{71,5}}$$

$$\bar{X}_3 = 45cm; \quad \bar{Y}_3 = 197,95cm$$

Para o quarto retângulo:

$$\bar{X}_4 = \frac{\int_{151,3}^{210} \int_{71,5}^{90} x \cdot dx \cdot dy}{\int_{151,3}^{210} \int_{71,5}^{90} dx \cdot dy}; \quad \bar{Y}_4 = \frac{\int_{71,5}^{90} \int_{151,3}^{210} y \cdot dx \cdot dy}{\int_{71,5}^{90} \int_{151,3}^{210} dx \cdot dy}$$

$$\bar{X}_4 = \frac{\int_{151,3}^{210} dy \cdot \left[\frac{x^2}{2}\right]_{71,5}^{90}}{\int_{151,3}^{210} dy \cdot [x]_{71,5}^{90}}; \quad \bar{Y}_4 = \frac{\int_{71,5}^{90} dx \cdot \left[\frac{y^2}{2}\right]_{151,3}^{210}}{\int_{71,5}^{90} dx \cdot [y]_{151,3}^{210}}$$

$$\bar{X}_4 = \frac{1493,875 \cdot [y]_{151,3}^{210}}{18,5 \cdot [y]_{151,3}^{210}}; \quad \bar{Y}_4 = \frac{10604,155 \cdot [x]_{71,5}^{90}}{58,7 \cdot [x]_{71,5}^{90}}$$

$$\bar{X}_4 = 80,75cm; \quad \bar{Y}_4 = 180,65cm$$

$\bar{X}$  e  $\bar{Y}$  sera dado por:

$$\bar{X} = \frac{612765 + 10045,0375 + 57478,5 + 87690,4625}{13617 + 1085,95 + 127,3 + 1085,95}$$

$$\bar{Y} = \frac{102876,8 + 196176,8675 + 252841,535 + 196176,8675}{13617 + 1085,95 + 1277,3 + 1085,95}$$

$$\bar{X} = 45cm; \quad \bar{Y}_4 = 98,08cm$$

# APÊNDICE D – Cálculo da aceleração angular

As equações do procedimento a seguir estão disponíveis no livro Fundamentos de Física [Halliday, Resnick e Walker \(2016\)](#)

A segunda Lei de Newton para rotações relaciona o Torque resultante ( $\tau$ ) aplicado à um corpo rígido com uma aceleração angular  $\alpha$  produzida.

$$\tau = I.\alpha \quad (D.1)$$

Demonstração da equação:

$$\vec{F} = m.\vec{a} \quad (D.2)$$

Substituindo  $\vec{F}$  na definição de torque  $\tau = \vec{F}.r$

$$\tau = m.a.r \quad (D.3)$$

A aceleração tangencial  $a = \alpha.r$

$$\tau = m.(\alpha.r).r \Rightarrow \tau = m.r^2.\alpha$$

O momento de inércia de um corpo rígido é dado por  $I = m.r^2$ , Então:

$$\tau = I.\alpha \quad (D.4)$$

A partir dessa definição, conhecendo o momento de inércia de um corpo rígido, e o torque provocado por uma força aplicada, determina-se a aceleração angular produzida.

## Momento de inércia

O momento de inércia de um corpo contínuo é dado por:

$$I = \int_a^b x^2 dm \quad (D.5)$$

Onde  $dm = \frac{M}{L}dx$  (elementos de massa infinitesimais). Então:

$$I = \int_a^b x^2 \frac{M}{L} dx \quad (D.6)$$

Para o caso da porta, o intervalo de integração será de 0 até L, onde L é a largura da porta que também representa a distância da extremidade ao eixo de rotação.

$$I = \int_0^L \frac{M}{L} x^2 dx \Rightarrow \frac{M}{L} \int_0^L x^2 dx \Rightarrow \frac{M}{L} \cdot \left(\frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^L \quad (D.6)$$

$$\frac{M}{L} \cdot \left(\frac{L^3}{3} - \frac{0^3}{3}\right) \Rightarrow \frac{M}{L} \cdot \left(\frac{L^3}{3}\right) \Rightarrow \frac{ML^2}{3}$$

Onde M(massa da porta)= 30 Kg e L=0,90m

$$I = \frac{30 \cdot (0,90)^2}{3} = 8,10 \text{Kg} \cdot \text{m}^2$$

A partir dos dados fornecidos pelo experimento onde a força que o vento aplica no centro de massa geométrico da porta foi estimada em 4,666 N, calcula-se o Torque resultante desta Força.

$$\tau = \vec{F} \cdot d \cdot \text{sen}(\theta) = (4,666) \cdot (0,45) \cdot \text{sen}(\pi/2) \Rightarrow \tau = 2,01 \text{N} \cdot \text{m} \quad (D.7)$$

Com o Torque e o Momento de inércia conhecidos, determina-se a aceleração angular, através da Segunda Lei de Newton para as Rotações.

$$\tau = I \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I} \Rightarrow \alpha = \frac{2,01}{8,10} = 0,248 \text{rad/s} \quad (D.8)$$

## APÊNDICE E – Resultados

Para calcular a média de idade dos alunos, foi usado o *Matlab* , importando os dados da planilha que pode ser vista abaixo na Figura 13, com as respostas e o número referente à ordem em que estavam dispostas no formulário, após na Figura 14 a imagem do processo de importação dos dados.

As perguntas contidas no formulário foram:

- 1 -Em uma escala de 0 a 10, em que 0 é nada interessante e 10 é muito interessante, o quanto você achou essa dobradiça interessante?
- 2- Em uma escala de 0 a 10, em que 0 é nada útil e 10 é muito útil, o quanto você achou essa dobradiça útil?
- 3 - Você compraria essa dobradiça?
- 5 - Se essa dobradiça estivesse disponível hoje no mercado, você recomendaria ela para algum amigo ou conhecido?
- 7 - Dos adjetivos abaixo, na sua opinião, qual melhor descreve a dobradiça?
  - Inovador
  - Funcional
  - Útil
  - Desnecessário
  - Curioso
  - Necessário
  - Imitação
  - Sensacional
  - Caro
- 8- Levando em consideração que uma dobradiça comum de qualidade, custa em média R\$18,00. Quanto você imagina que custaria nossa dobradiça?
- 9- Você conhece algum produto similar a este ?
- 10- Você gostaria de dar alguma sugestão para nosso novo produto?

As perguntas de ordem 4 e 6, não foram tabuladas, pois as respostas exigiam um espaço maior em meio a tabela. A seguir as respostas referentes às perguntas.

- 4- Se sua resposta na questão anterior foi não. Explique
  - ”porque ja existem outros semelhantes no mercado”
  - ”Não vejo utilidade dela no meu dia a dia”
  - ”Principalmente pelo custo beneficio”
- 6- Se sua resposta na questão anterior foi não. Explique
  - ”por que nao recomendo coisas que nao sei se é bom, tenho que utilizar ela primeiro”

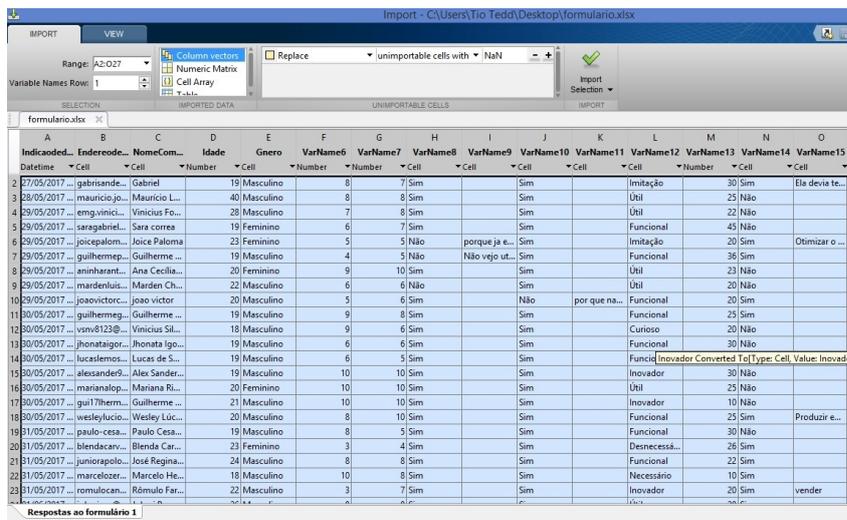
Figura 14 – Tabela - Questionário

Entrevistados	1º	2º	3º	5º	7º	8º	9º
1	8	7	Sim	Sim	Imitação	R\$ 30,00	Sim
2	8	8	Sim	Sim	Útil	R\$ 25,00	Não
3	7	8	Sim	Sim	Útil	R\$ 22,00	Não
4	6	7	Sim	Sim	Funcional	R\$ 45,00	Não
5	5	5	Não	Sim	Imitação	R\$ 20,00	Sim
6	4	5	Não	Sim	Funcional	R\$ 36,00	Sim
7	9	10	Sim	Sim	Útil	R\$ 23,00	Não
8	6	6	Não	Sim	Útil	R\$ 20,00	Não
9	5	6	Sim	Não	Funcional	R\$ 20,00	Sim
10	9	8	Sim	Sim	Funcional	R\$ 25,00	Sim
11	9	6	Sim	Sim	Curioso	R\$ 20,00	Não
12	6	6	Sim	Sim	Funcional	R\$ 30,00	Não
13	6	5	Sim	Sim	Funcional	R\$ 25,00	Sim
14	10	10	Sim	Sim	Inovador	R\$ 30,00	Não
15	10	10	Sim	Sim	Útil	R\$ 25,00	Não
16	10	10	Sim	Sim	Inovador	R\$ 10,00	Não
17	8	10	Sim	Sim	Funcional	R\$ 25,00	Sim
18	8	5	Sim	Sim	Funcional	R\$ 30,00	Não
19	3	4	Sim	Sim	Desnecessário	R\$ 26,00	Sim
20	8	8	Sim	Sim	Funcional	R\$ 22,00	Sim
21	10	8	Sim	Sim	Necessário	R\$ 10,00	Sim
22	3	7	Sim	Sim	Inovador	R\$ 20,00	Sim
23	8	8	Sim	Sim	Útil	R\$ 20,00	Sim
24	8	9	Sim	Sim	Funcional	R\$ 35,00	Sim
25	8	10	Sim	Sim	Útil	R\$ 30,00	Não
26	10	10	Sim	Sim	Útil	R\$ 30,00	Não

Fonte: Próprios autores

Onde as colunas representam às perguntas, e as linhas as respostas enumeradas de 1 a 26, alusivo aos entrevistados.

Figura 15 – Planilha importada no Matlab.



Fonte: Próprios autores

Após importar os dados, foi criado um vetor com as idades de cada um, em seguida usado o comando *mean*, obtendo o valor de 20,8889. O calculo das médias, das próximas questões do formulário foram feitas pelo mesmo método implantado a cima, visto que todas as informações foram computadas juntamente ao primeiro vetor, com as idades.

Calculando a porcentagem de homens

O cálculo foi feito, por meio da “regra de três”:

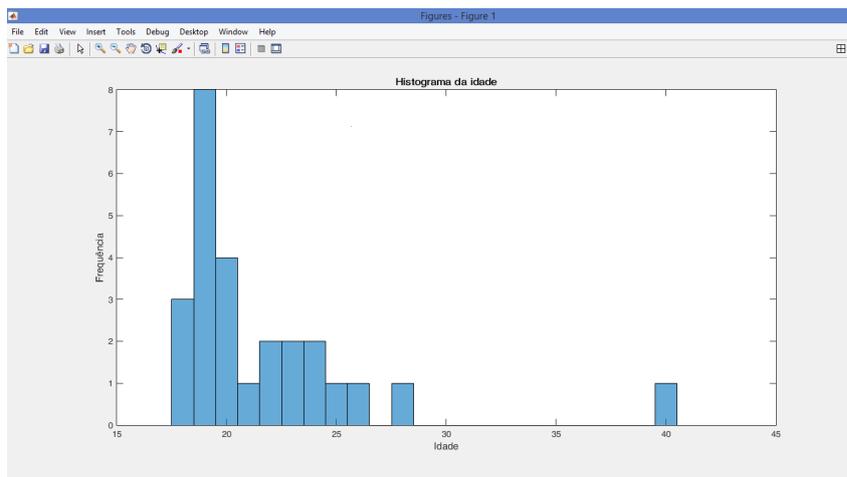
$$\frac{26}{19} = \frac{100\%}{x} \Rightarrow x = 73,07\%$$

Logo, a porcentagem de homens é aproximadamente 73%.

Criando os gráficos

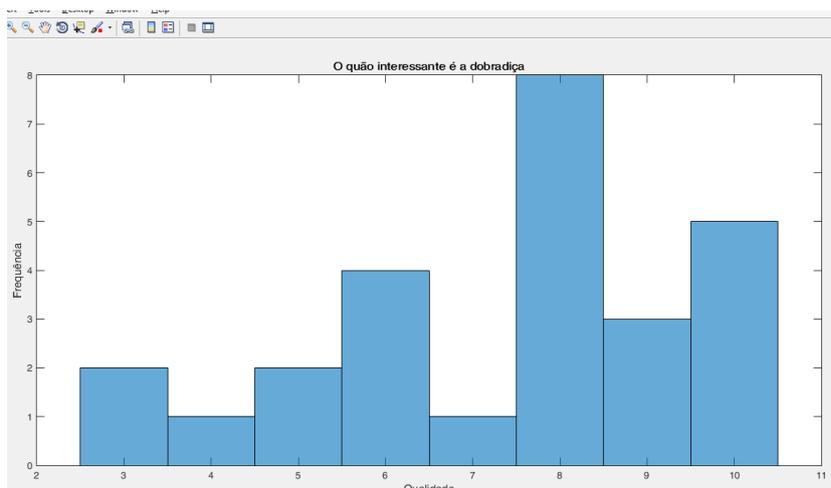
Para a criação dos gráficos, foi necessário continuar usando os dados que foram importados anteriormente. Com os vetores criados de cada questão, usou-se o comando *histogram*, para criar gráficos de frequência das questões, em que as respostas eram constituídas por números. Os gráficos podem ser vistos nas Figuras a seguir.

Figura 16 – Histograma da idade



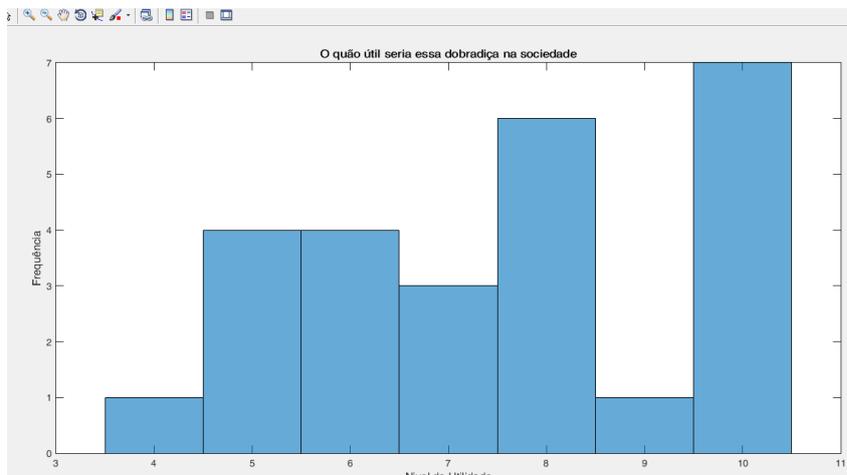
Fonte: Próprios autores

Figura 17 – O quão interessante é a dobradiça



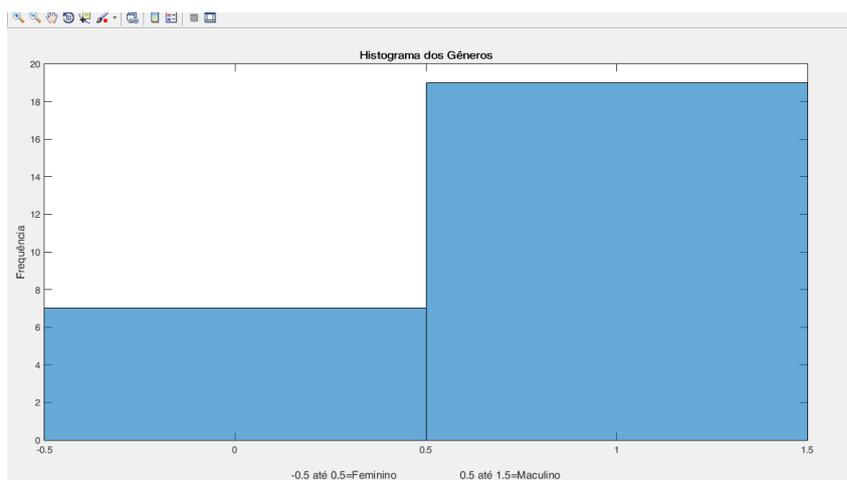
Fonte: Próprios autores

Figura 18 – O quão útil é a dobradiça



Fonte: Próprios autores

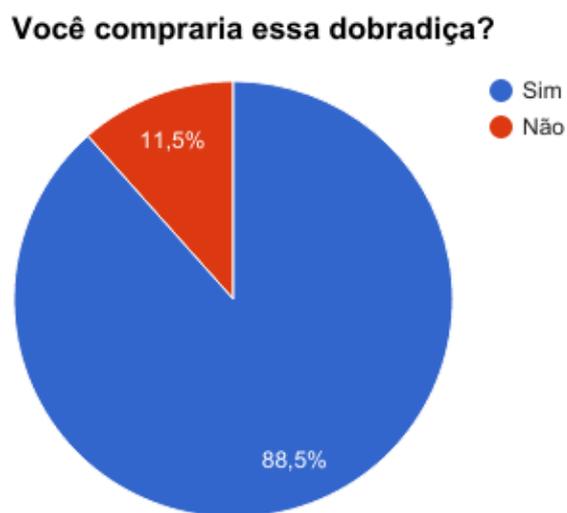
Figura 19 – Histograma do gênero



Fonte: Próprios autores

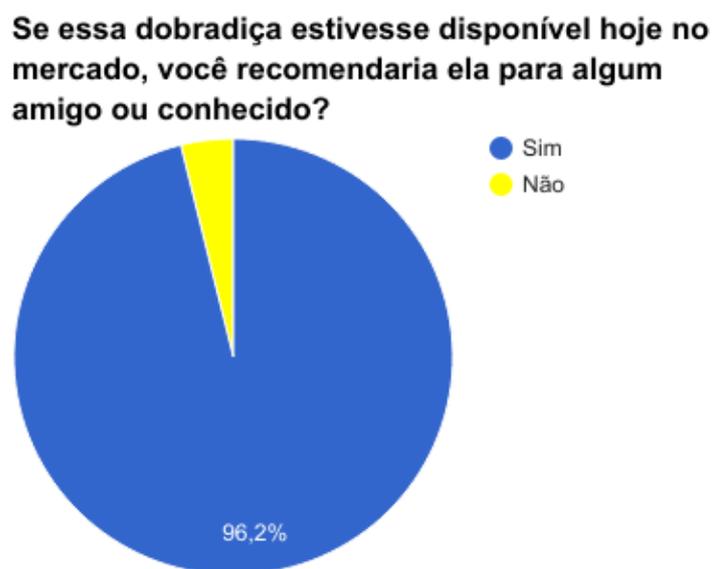
Como visto na Figura 19, as respostas tiveram que ser reescritas e representadas por meio de números para poder gerar os gráficos, por isso o grupo decidiu trabalhar com um programa gerador de gráficos do Google, para as questões cujas respostas se tratavam de *strings*. As Figuras a seguir se referem ao resultado obtido por meio deste programa:

Figura 20 – Gráfico da questão 3.



Fonte: Próprios autores

Figura 21 – Gráfico da questão 7.



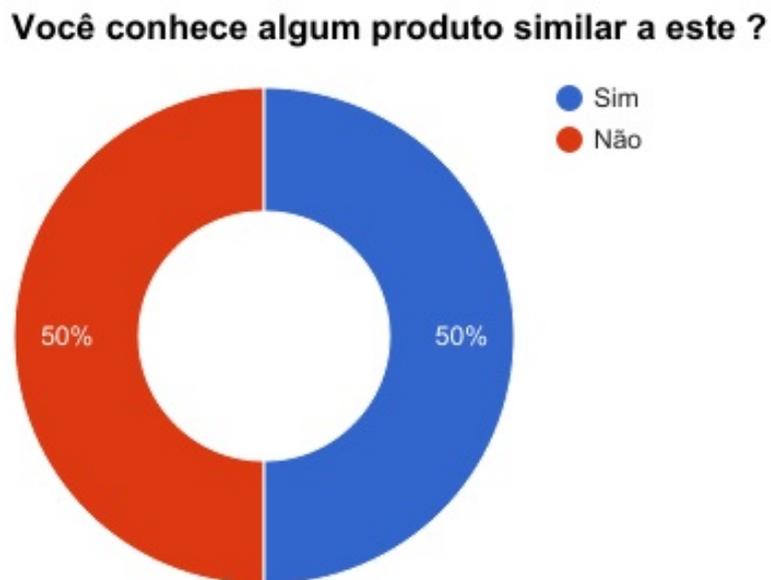
Fonte: Próprios autores

Figura 22 – Gráfico da questão 9.



Fonte: Próprios autores

Figura 23 – Gráfico da questão 9.



Fonte: Próprios autores

## Inferindo a média de idade da amostra para a população de alunos do campus.

Para calcular a média da população de alunos do 1º e 2º período, foi feito um estudo de inferência, partindo das informações obtidas pela amostra, do nível de confiança que é exigido da afirmação, assumindo que a amostra se aproxima de uma distribuição normal. O procedimento consiste em encontrar a probabilidade P, após a determinação do nível de confiança, que o grupo chegou a um consenso de 95%, por meio da equação:

$$P = 1 - \frac{\alpha}{2} \quad (E.1)$$

Onde  $\alpha = 1 - NC$ , e  $NC = 0,95$ , ou seja,  $\alpha = 0,05$ . Substituindo na equação (E.1).

$$P = 1 - \frac{0,05}{2} \Rightarrow P = 0,975$$

Em seguida, deve-se encontrar o valor de t na tabela de *student*, para  $P=0,975$  e  $G1=24$ , visto que 25 é o número de alunos entrevistados, o outro entrevistado faz parte do corpo docente do *campus*, portanto não faz parte da população a ser estimada.

Com tudo, encontra-se o valor de  $t = 2,064$

Por último, define-se o limite inferior e superior, que a média da população terá, através da seguinte equação.

$$\bar{X} \pm t \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (E.2)$$

Onde  $\bar{X} = 20,96$ ,  $S = 2,675$  e  $n = 25$

$$20,96 \pm 2,064 \frac{2,675}{\sqrt{25}}$$

$$20,96 \pm 1,104$$

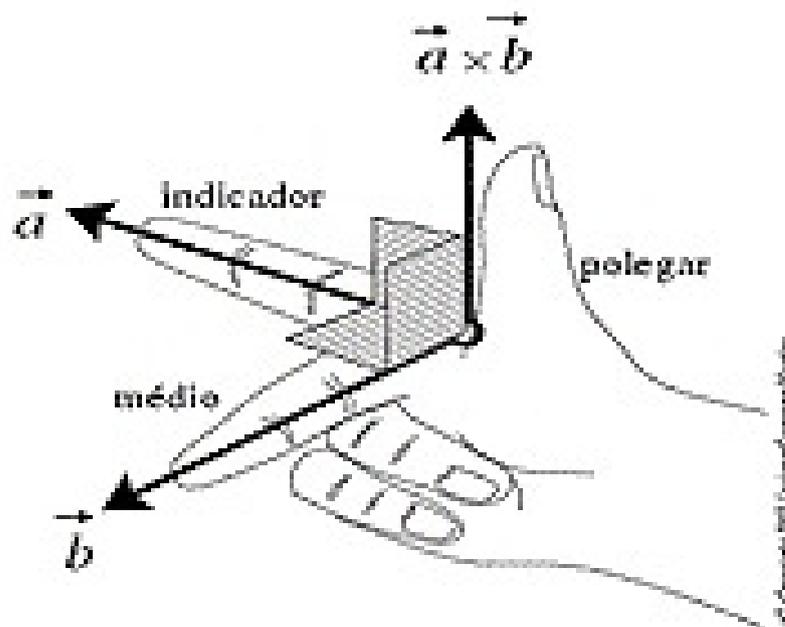
Logo,  $P(19,85 \leq \mu \leq 22,06) = 0,95$ , ou seja, pode-se afirmar que a probabilidade de a média, da população de alunos do 1º e 2º período do campus, está entre 19,85 e 22,06 é de 95%.

## APÊNDICE F – Torque vetorial

O vetor posição  $\vec{r} = (0.42\vec{i} + 0.98\vec{j} + 0\vec{k})m$  gera um plano paralelo a porta, o vetor força  $\vec{F} = (0\vec{i} + 0\vec{j} + 4.66\vec{k})N$  gera um plano perpendicular a  $\vec{r}$ , o produto vetorial entre esses dois vetores, gera o vetor torque  $\tau$ , que é perpendicular a ambos (ANTON; RORRES, 2012).

Como a força aplicada é a mesma em qualquer ponto da porta, e o giro se da em relação a dobradiça no eixo x, o vetor torque gerado não é influenciado pela altura, para as contas de regressão linear, apenas a distancia em x foi considerada, apenas a distância em relação a dobradiça. O sentido do vetor torque é definido pela regra da mão direita.

Figura 24 – Regra da Mão direita



Fonte: (VASCONCELOS, ) <[http://www.vdl.ufc.br/solar/aula\\_link/lfis/A\\_a\\_H/fisica\\_I/aula\\_01/06.html](http://www.vdl.ufc.br/solar/aula_link/lfis/A_a_H/fisica_I/aula_01/06.html)> .( Acesso em: 02 de junho de 2017)

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (F.1)$$

O produto vetorial pode ser resolvido pelo calculo do determinante.

$$\vec{\tau} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

substituindo os valores:

$$\vec{\tau} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0.42 & 0.98 & 0 \\ 0 & 0 & 4.66 \end{vmatrix}$$

Calculando por cofatores:

$$\vec{\tau} = \vec{i} \cdot \begin{vmatrix} 0.98 & 0 \\ 0 & 4.66 \end{vmatrix} - \vec{j} \cdot \begin{vmatrix} 0.42 & 0 \\ 0 & 4.66 \end{vmatrix} + \vec{k} \cdot \begin{vmatrix} 0.42 & 0.98 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

O vetor torque é:

$$\vec{\tau} = 4.57\vec{i} - 1.95\vec{j} + 0\vec{k}$$

## APÊNDICE G – Regressão Linear

Durante a realização do experimento, variou-se as distâncias em função das massas para encontrar os mesmos tempos. Os seguintes dados foram encontrados:

Massa	Distancia	Tempo
0,476kg	0,42m	10s
0,357kg	0,55	10s
0,254	0,80	10s

Escrevendo a distância como função da massa de água, o seguinte sistema foi obtido:

$$\begin{cases} distancia = massa \cdot a + b \\ 0,42 = 0,476 \cdot a + b \\ 0,55 = 0,357 \cdot a + b \\ 0,8 = 0,254 \cdot a + b \end{cases}$$

Em que a e b, são os coeficientes da reta que mais aproxima esses pontos.

Para encontrar essa reta, foi usada a regressão linear, pela equação:

$$x = (A^t \cdot A)^{-1} \cdot A^t \cdot b \quad (G.1)$$

Para encontrar os valores da matriz  $x$ , foi seguido o passo a passo disponível no livro de Introdução à Álgebra Linear de [Anton e Rorres \(2012\)](#)

Primeiro, identifica-se os elementos:

$$Ax = b \quad (G.2)$$

Em que A é a matriz de coeficientes, x a matriz de incógnitas e b a matriz de resultados. Assim:

$$\begin{bmatrix} 0,476 & 1 \\ 0,357 & 1 \\ 0,254 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,42 \\ 0,57 \\ 0,80 \end{bmatrix}$$

Segundo passo, multiplicar pela transposta de A de ambos os lados:

$$A^t \cdot Ax = A^t \cdot b \quad (G.3)$$

Assim:

$$\begin{bmatrix} 0,476 & 0,357 & 0,254 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,476 & 1 \\ 0,357 & 1 \\ 0,254 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,476 & 0,357 & 0,254 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,42 \\ 0,57 \\ 0,80 \end{bmatrix}$$

Terceiro passo, se dá em multiplicar pela inversa de  $A^t \cdot A$  em ambos os lados para isolar a matriz de incógnitas e encontrar os valores correspondentes de a e b pelas propriedades de matriz inversa, como:

$$A^{-1} \cdot A = I \quad (G.4)$$

Em que  $I$  é a matriz identidade, então:

$$\begin{aligned} A^{-1} \cdot Ax &= A^{-1} \cdot b \\ x &= A^{-1} \cdot b \end{aligned}$$

Com isso:

$$(A^t \cdot A)^{-1} \cdot (A^t \cdot A)x = (A^t \cdot A)^{-1} \cdot (A^t \cdot b)$$

$$(A^t \cdot A)^{-1} \cdot (A^t \cdot A) = I$$

$$x = (A^t \cdot A)^{-1} \cdot (A^t \cdot b) \quad (G.1)$$

Substituindo os valores, temos que:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{1}{0,0739} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1,087 \\ -1,087 & 0,4185 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,6116 \\ 1,8021 \end{bmatrix}.$$

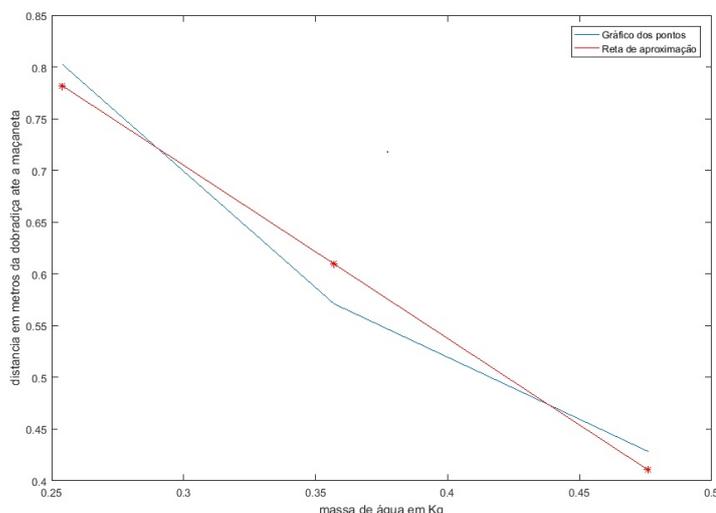
Logo:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,6737 \\ 1,2071 \end{bmatrix}$$

Proximo passo é substituir os valores de a e b no sistema de equações para obter os pontos da reta:

$$\begin{cases} y_1 = 0,476 \cdot (-1,6737) + 1,2071 \\ y_2 = 0,357 \cdot (-1,6737) + 1,2071 \\ y_3 = 0,254 \cdot (-1,6737) + 1,2071 \end{cases}$$

Figura 25 – Grafico da reta que aproxima os pontos



De acordo com [Anton e Rorres \(2012\)](#), a esta reta existe um erro de aproximação, que quanto menor ele for, melhor será a aproximação para calcular este erro. basta subtrair o valor de cada ponto do ponto correspondente na reta.

$$\epsilon_n = d_n - y_n \quad (G.5)$$

$$\epsilon_1 = 0,42 - 0,4105 = 0,0178$$

$$\epsilon_1 = 0,57 - 0,6096 = -0,0386$$

$$\epsilon_1 = 0,80 - 0,7820 = -0,0206$$

É possível observar que quanto mais perto estiver da dobradiça, maior é a massa de água necessária para provocar o mesmo deslocamento e quanto mais longe, menor. Com isso encontra-se uma faixa de torque que a dobradiça poderá sofrer, variando de:

$$0,0466Kg \cdot m \leq \tau \leq 4,194Kg \cdot m$$

Com o torque médio no centro de massa de:

$$\tau = 2,1Kg \cdot m$$

Baseada na força e na massa de água calculada durante o trabalho.

# ANEXO A – Função: Calculo da aceleração da gravidade

```

function [g] = gravidade (latitude, longitude)

% Função que calcula a aceleração da gravidade em função da
    latitude e da
% altitude do lugar
% O usuario informa a altiude e a latitude e o programa informa
    a
if latitude<0||longitude<0    % verifica se a pessoa
    digitou valores validos
    fprintf('valores invalidos')
    frpintf('execute o programa novamente e
        informe valores validos')

    exit(code) % encerra o programa caso a pessoa
        tenha informado valores errados
end % end do if

r=6.371*10^6; % contante da formula
beta=1.912*10^-3; % constante da formula
padrao=9.8062; % aceleração da gravidade padrao

g=(padrao/(1+beta/2))*(1+beta*(sin(latitude))^2)
    *(1-2*longitude/r);

% formula da aceleração da gravidade para um lugar informado

end

```

## ANEXO B – Script: 8 passos processo de medição

```

% Procedimento para encontrar o resultado da medição da massa da garrafa
de
% água utilizada no experimento
% I= Indicações das 5 pesagens feitas na balança
% D= Desvio Padrão
% M= Média
I=[ 476.672 476.622 476.603 476.541 476.593];
M=mean(I);
D=std(I);
n=5;
R=0.001;
a=R/2;
Vre=n-1;
Vr=inf;
t=2.869;

        Ure=(D)/(sqrt(n));      % Calculando a incerteza padrão da
        repetitividade

Ur=a/sqrt(3);      % Calculando a incerteza padrão da resolução

Uc=sqrt(Ure^2+Ur^2);      % Calculando a incerteza combinada

Vef=floor(Uc^4/((Ure^4/Vre)+(Ur^4/Vr)));      % Calculando o grau de
        liberdade efetivo da incerteza combinada

U=t*Uc;      % Calculando a incerteza expandida

RmS=M+U;      % limite superior do resultado de medição
RmI=M-U;      % limite inferior do resultado de medição

```

```
F=M*9.79;    % Calculando a força que a porta executa
Ir=1.27e-4*F; % Calculando incerteza Relativa da força

FS=F+Ir;    % Limite superior da Força executada pela porta
FI=F-Ir;    % Limite inferior da Força executada pela porta

fprintf('O resultado de medicao do experimento eh ')
fprintf(' %-3.3f com uma incerteza de +/- %-3.3f ',M,
    U)
disp(' ')
disp(' ')

fprintf(' %-3.3f com uma incerteza de +/- %-3.3f ',F,
    Ir)
```

## ANEXO C – Script: Inferência da media das idades da população de alunos

```

% Esse script calcula o intervalo da media de idades dos alunos, com uma
    confiança de 95
% NC= Nivel de confiança
% alpha= Nivel de incerteza
% P= Probabilidade
% t= Valor de student
% n= Numero de entrevistados
% X= Media das idades
% S= Desvio padrão
% Ls= Limite superior
% Li= Limite inferior

format short

n=25;
t=2.064;
X=20.96;
S=2.675;
NC=0.95;

alpha=1-NC;          % calculando o nivel de incerteza do processo

P=1-(alpha/2);      % calculando a probabilidade envolvida no
                    processo

Ls=X+(t*S/sqrt(n)); % calculando o limite superior que a media das
                    idades pode assumir
Li=X-(t*S/sqrt(n)); % calculando o limite inferior que a media
                    das idades pode assumir

fprintf('A media de idade dos alunos do primeiro e segundo

```

```
periodo esta entre %4.2f e %4.2f anos,\n com uma certeza  
de 95 por cento ',Li, Ls)
```

## ANEXO D – Script: Gráfico de regressão

```
clc;
clear;

% m=[0.1:0.1:0.5]
% d= torque./(g*m)
g=9.81;
torque=[2];

% m=[0.1:0.1:0.500]

% a=-1.7143
% b=1.1242

m1=[0.476 1; 0.357 1; 0.254 1] % cria a matriz para a regressão

m=[0.476 0.357 0.254] % cria a matriz de massa

d=torque./(g*m) %

x=inv((m1'*m1))*(m1'*d) % essa parte opera a reta de regressão
linear

a=-1.6737; % atribui os valores de a e b
b=1.2071;

y=[m*a+b]

y1=[0.4104 0.6096 0.7820]

% erro=d-y

plot(m, d, m,y1,'o', m,y, '--' ); % plota o grafico
xlabel('massa'); % nomeia os eixos
ylabel('distancia');
```

## ANEXO E – Script: Aceleração Angular

```
% Este script calcula o momento de inércia da porta

% I= Momento de inercia
% M= Massa da porta
% L= comprimento da porta
% T= Torque
% F= Força
% d= distancia do ponto ao eixo
% alpha= aceleração angular

M=30;
L=0.90;
F=4.666;
d=0.45;
theta=pi/2;

I=(M*L^2)/3;      % calculando o momento de inercia, para chegar ao
                 torque

T=F*d*sin(theta); % calculando o torque, para saber a aceleração
                 angular

alpha=T/I;      % resultado da aceleração angular

fprintf('O momento de inercia da porta e %4.3f kg.m^2 \n',I)
fprintf('O torque resultante da porta e %4.3f N.m \n ',T)
fprintf('A aceleracao angular da porta e %4.3f rad/s \n ',
        alpha)
```

## ANEXO F – Função: Cálculo da tensão aplicada sobre a mola

```

function [sigma] = tensao_da_mola(D, d, F, r)

% Essa função calcula a tensão que será aplicada sobre a mola

% C = Índice de mola
% K = Constante de elasticidade
% M = Momento fletor
% sigma = Tensão sobre a mola

if (D<0)|| (d<0)|| (F<0)|| (r<0) % essa parte verifica se os valores
    fprintf('Valore informado incorreto\n') se % os valores
        estiverem errados, encerra o programa

        fprintf('Execute o programa novamente e informe novos
            valores ')

exit(code)

end % end do if

% D diâmetro externo da mola
% d diâmetro do arame
% F valor da força exercida sobre a alavanca
% r distancia do raio da mola até extremidade da alavanca

C = D/d % efetua os calculos do valor C da mola
K = ((4*(C^2)-C-1)/(4*(C^2)-4*C)) % essa linha calcula o valor da
M = F*r
sigma = ((K*32*M)/(pi*(d^3))) % calcula o sigma

```

```
fprint('A tensao sobre a mola e %4.2f:', sigma)
```