



Júlio César
Paulo Henrique Chaves
Raycos Maganha
Marcella Moura
Lucas Borges

Transformação de movimento do pistão

Arcos

2017

Júlio César
Paulo Henrique Chaves
Raycos Maganha
Marcella Moura
Lucas Borges

Transformação de movimento do pistão

Projeto apresentado à disciplina de TAI-
Trabalho Acadêmico Integrador do curso de
Engenharia Mecânica ministrado no Instituto
Federal de Minas Gerais-IFMG, Campus Ar-
cos.

Instituto Federal de Minas Gerais – IFMG
Campus Arcos
Graduação em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Francisco de Sousa Júnior

Arcos
2017

Júlio César
Paulo Henrique Chaves
Raycos Maganha
Marcella Moura
Lucas Borges

Transformação de movimento do pistão

Projeto apresentado à disciplina de TAI-
Trabalho Acadêmico Integrador do curso de
Engenharia Mecânica ministrado no Instituto
Federal de Minas Gerais-IFMG, Campus Ar-
cos.

Prof. Francisco de Sousa Júnior
Orientador

Flávio Fernandes Barbosa Silva
Professor

Jefferson Rodrigues da Silva
Professor

Maurício Lourenço Jorge
Professor

Reginaldo Gonçalves Leão Junior
Professor

Arcos
2017

Resumo

Motor de combustão interna é uma máquina térmica que transforma a energia proveniente de uma reação química em energia mecânica. O processo de conversão se dá através de ciclos termodinâmicos que envolvem expansão, compressão e mudança de temperatura de gases e foi criado com a finalidade de transferência de movimento para algum eixo específico. Como o motor Otto é muito utilizado em diversas áreas, decidiu-se estudar o funcionamento do motor. Mais especificamente, o movimento das principais peças do conjunto que são: Pistão, biela e virabrequim onde compõem os equipamentos para transformação de movimento Linear em movimento Angular. O projeto consiste em estudar e modelar tais relações existente destes movimentos.

Palavras-Chave: Virabrequim, Pistão, Movimento

Lista de ilustrações

Figura 1 – Ilustração do Biela, Pistão, Virabrequim	13
Figura 2 – Diagrama de Ramo e Folha	14
Figura 3 – Gráfico de ocorrências	14
Figura 4 – Histograma de frequência	15
Figura 5 – Conjunto Virabrequim/ Biela/ Pistão	15
Figura 6 – Relação Trigonométrica	15
Figura 7 – Gráficos Posição/ Velocidade/ Aceleração/ Força	17
Figura 8 – Gráfico Relação da Posição do Pistão com o Virabrequim em função do ângulo	18
Figura 9 – Gráfico Deformação	19
Figura 10 – Projeto pronto no Autodesk Inventor	21

Sumário

1	INTRODUÇÃO	7
2	OBJETIVOS	8
2.1	Objetivos Gerais	8
2.2	Objetivos Específicos	8
3	JUSTIFICATIVA	9
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	10
4.1	Funcionamento da transmissão de movimento do eixo virabrequim	10
4.2	Sistemas atuantes no conjunto Virabrequim/ Biela/ Pistão	10
4.2.1	Sistema de Alimentação	10
4.2.2	Sistema de Lubrificação	11
4.2.3	Sistema de Arrefecimento	11
4.2.4	Elementos Fundamentais	12
4.3	Tensão, Fadiga e Compressão	12
5	DESENVOLVIMENTO	13
5.1	Coleta de Dados	13
5.2	Encontrando um parâmetro	14
5.3	Estudando o movimento	15
5.3.1	Relação Trigonométrica	15
6	METODOLOGIA	20
7	CONCLUSÃO	21
8	REFERÊNCIAS	22
	APÊNDICES	23
	APÊNDICE A – ENCONTRANDO A DERIVADA 1º E 2º DA POSIÇÃO.	24
B	– OTIMIZAÇÃO DE RPM	25

	ANEXOS	26
	ANEXO A – SCRIPT: GRÁFICOS DA POSIÇÃO, VELOCIDADE E ACELERAÇÃO	
	Script: Gráfico Força	27
A.1	Script: Gráfico relação da posição do pistão com o virabrequim em função do ângulo	28
A.2	Script: Gráfico deformação	28
A.3		29

1 Introdução

O mecanismo constituído pelo virabrequim, biela e pistão é usado em muitas aplicações da engenharia, pois com ele pode-se fazer a transferência de energia térmica (movimento linear) em energia mecânica (movimento angular).

Movimento linear retilíneo é dado por um corpo que, com todos seus componentes, se movem ao longo de uma linha reta imaginária na mesma direção e com a mesma velocidade. Já o movimento angular, ocorre quando um corpo gira ao redor de um eixo central; e conectados através de uma articulação, seguindo a trajetória de uma linha circular.

Quando relacionado com o conjunto eixo-pistão, o movimento linear retilíneo é realizado pelo pistão quando ele subir e descer. No entanto, o movimento angular é realizado pela rotação do eixo virabrequim.

Este relatório apresenta o desenvolvimento de uma animação em 3D, que demonstra de acordo com o movimento do conjunto eixo pistão, a transformação do movimento linear retilíneo para angular; que é basicamente transformar a força gerada pelo pistão após a explosão em movimento giratório do eixo virabrequim. O trabalho possui dois objetivos centrais, que são aplicar os conteúdos em aula e a modelagem do conjunto eixo pistão em 3D, fazendo a animação do mesmo.

2 Objetivos

2.1 Objetivos Gerais

Projetado e animado no *software Autodesk Inventor*. O projeto tem como objetivo consolidar os conhecimentos adquiridos ao decorrer do semestre, mostrando a transformação do movimento linear retilíneo do pistão em uma revolução do virabrequim.

2.2 Objetivos Específicos

- Estudar o movimento do sistema: pistão, biela e virabrequim;
- Modelagem e animação no *Autodesk Inventor*;

3 Justificativa

O automóvel é algo que está tendo um aumento gradativo com o passar dos anos e, como é algo muito usual no cotidiano, resolveu-se explicar um pouco de seu funcionamento. Ou melhor, dizendo como seu componente principal funciona.

Muitas pessoas conhecem carros, motos e tudo mais, porém não sabem realmente o que acontece dentro do motor, que faz ambos se locomover. O intuito principal é mostrar como acontece a transformação do movimento do pistão, chamado movimento linear retilíneo, para o do virabrequim, chamado movimento angular.

4 Fundamentação teórica

A parte do Eixo Virabrequim a ser apresentada, consiste na biela - que é a parte de aço forjado ou fundido que transmite a força recebida da combustão para o virabrequim, transformando em movimento retilíneo alternado em movimento circular contínuo. Consiste também no pistão - parte cilíndrica que trabalha a partir da expansão de gases queimados, transmitindo força para o virabrequim através da biela. E por fim, o virabrequim - que transforma a força recebida do conjunto pistão/biela em movimento angular.

4.1 Funcionamento da transmissão de movimento do eixo virabrequim

A Transmissão de Movimento do Eixo do Virabrequim, consiste em 4 tempos, onde:

O 1º é o tempo de admissão, onde a válvula de admissão permite a entrada de ar e combustível, enquanto o pistão tende a se mover para aumentar o espaço no interior da câmara.

O 2º o tempo de compressão que é a parte em que o pistão se move a fim de comprimir a mistura e diminuir seu volume.

O 3º o tempo de explosão onde ao fim da compressão, o dispositivo elétrico gera uma faísca causando uma explosão ocasionando sua expansão.

E por fim, o 4º tempo que é onde a válvula de saída abre, permitindo a saída do gás queimado na explosão, fazendo com que a máquina perca calor voltando ao seu estado inicial e o ciclo reinicia.

4.2 Sistemas atuantes no conjunto Virabrequim/ Biela/ Pistão

Para estudar especificamente tal tema é preciso mencionar vários sistemas que compõem a relação do movimento como um todo. Para facilitar o entendimento e para melhor absorção de conhecimento, será esclarecido brevemente tais sistemas.

4.2.1 Sistema de Alimentação

Fornece ao motor uma mistura ar/combustível adequada. Sua relação ar/combustível envolve a dosagem correta de ar para uma certa quantidade de combustível. Sua constituição é basicamente composta pelo: tanque, tubulação, filtro de combustível, carburador e filtro de ar.

4.2.2 Sistema de Lubrificação

Um motor de combustão interna é desenvolvido para funcionar por centenas e até milhares de quilômetros. Para que isso seja possível o motor contém um sistema de lubrificação, caso contrário não duraria alguns minutos. Isso aconteceria devido movimento intermitente de peças dentro do motor, sendo que estas peças estão em contato com outras peças de mesmo ou semelhante material. O sistema de lubrificação garante que essas peças trabalhem com um filme de óleo entre elas (atrito úmido), que reduz consideravelmente o atrito e conseqüentemente o desgaste. Além disso, o sistema também exerce uma função refrigerante auxiliar ao sistema de arrefecimento, retém partículas em suspensão no óleo que venham a alcançar os canais de lubrificação sobre intenso trabalho das peças de força, previne a oxidação das peças e a formação da carbonização.

O sistema de lubrificação deve prover lubrificação para os: Mancais da árvore de cames, Mancais da árvore de manivelas; Paredes do cilindro; Cabeça do pistão; Pé da biela com pino do pistão; Munhões e moentes da árvore de manivelas.

4.2.3 Sistema de Arrefecimento

As consecutivas combustões do motor levam o mesmo a atingir temperaturas pico dentro da câmara de combustão ($2000^{\circ}C$). Fato este que levaria a destruição total do motor caso não houvesse um sistema de arrefecimento que retirasse o calor das paredes da câmara de combustão. Os diversos componentes do motor trabalham a diferentes gradientes térmicos, sendo que as paredes do cilindro não podem ultrapassar a temperatura limite do óleo lubrificante ($150^{\circ}C$). Diretamente em contato com a combustão, os pistões trabalham a temperatura de $320^{\circ}C$, o limite do seu material (liga de alumínio). A câmara de combustão atinge em torno $200^{\circ}C$, sendo que outros componentes também ligados a combustão trabalham a temperaturas maiores. O fluido de arrefecimento troca de calor com estes. A importância do sistema de arrefecimento está no fato de que a temperatura interna do motor deve ser tal que, o óleo consiga trabalhar com boa viscosidade, que as folgas internas sejam preenchidas, que a expansão da frente de chama não atinja as paredes da câmara e principalmente, que a temperaturas elevadas da câmara de combustão sejam evitadas devido, ao efeito nocivo da detonação. Com isso o sistema de arrefecimento trabalha para manter o motor em sua temperatura ideal, sendo esta cerca de $90-95^{\circ}C$, e consumindo entre 25-35% da potência do motor.

Os componentes do sistema de arrefecimento são: Radiador, Bomba de Água, Válvula Termostática, Eletro-Ventilador, Radiador.

4.2.4 Elementos Fundamentais

Além de todos estes sistemas, existem outras peças que são indispensáveis para o funcionamento do motor mas que também não foram focadas neste projeto que são:

- **Cabeçote** - O nome se originou devido à função que o cabeçote realiza no motor. Essa peça é a cabeça do motor e o que direciona toda a função do mesmo. É o componente responsável, devido sua construção, de conduzir a entrada e saída de ar e combustível dos cilindros localizados no bloco

- **Bloco do Motor** - O nome se originou devido à função que o cabeçote realiza no motor. Essa peça é a cabeça do motor e o que direciona toda a função do mesmo.

É o componente responsável, devido sua construção, de conduzir a entrada e saída de ar e combustível dos cilindros localizados no bloco

- **Cárter** - Armazena todo óleo necessário para lubrificar o motor.

- **Anéis de Pistão** - O nome se originou devido à função que o cabeçote realiza no motor. Essa peça é a cabeça do motor e o que direciona toda a função do mesmo. É o componente responsável, devido sua construção, de conduzir a entrada e saída de ar e combustível dos cilindros localizados no bloco

- **Casquilhos** - Reduzir o atrito, garantindo o movimento de rotação entre os componentes internos do motor e suportar a carga gerada no movimento, assegurando a posição de trabalho durante o funcionamento do Virabrequim.

4.3 Tensão, Fadiga e Compressão

Quando aplicamos uma carga sobre uma superfície ela se dissipa ao longo de sua área, dividindo-se em valores iguais por unidade de área, isso se denomina **tensão**. Ao ser submetida a ciclos repetitivos, a tensão causa fraturas (trincas) no material e a cada repetição do movimento ela vai aumentando até que este se rompa. Ao se romper, o fenômeno é chamado de falha mecânica e pode ter causas diversas, mas essa em específico é chamado de **fadiga**.

No sistema estudado, o pistão está em sua posição inicial, ou seja, o conjunto está alinhado sobre o eixo X, ao iniciar seu movimento no sentido anti-horário sofrendo esforços provenientes da expansão dos gases dentro do cilindro. Pela segunda lei de Newton, há um vetor força que o virabrequim aplica sobre a biela tentando parar o movimento, isso irá gerar um esforço de compressão. O esforço de compressão é gerado pelas tensões que o sistema é submetido, como o movimento de um pistão é cíclico, irá acontecer a fadiga como foi citado no parágrafo acima.

5.2 Encontrando um parâmetro

Mais adiante será necessário estimar o RPM (rotações por minuto) para fazer as programações e calcular os movimentos do pistão. Decidiu-se então com o auxílio de algumas ferramentas da estatística encontrar um valor mais usual do RPM e assim não apenas escolher uma rotação sem nenhum motivo prévio.

Para chegar ao número desejado foi preciso primeiramente fazer um problema e fixar parâmetros onde um automovel percorreu uma distância de 100km e anotado em qual RPM o motor se encontrava a cada 5min em um período de 70min.

Com os dados encontrados, para facilitar tanto o estudo quanto o entendimento, construiu-se um diagrama de Ramo e Folha:

		Para 2!3 = 23x1000 = 23000			
2	3	3	4		
2	5	5	5	5	5
2	7	7	7	7	
2	8	8	8		
3	0	0	0		
3	2	2	4		
3	5				

Figura 2 – Diagrama de Ramo e Folha

A partir dos dados coletados pode-se fazer um gráfico onde proporciona uma melhor visualização do RPM específico mais usado durante o trajeto.

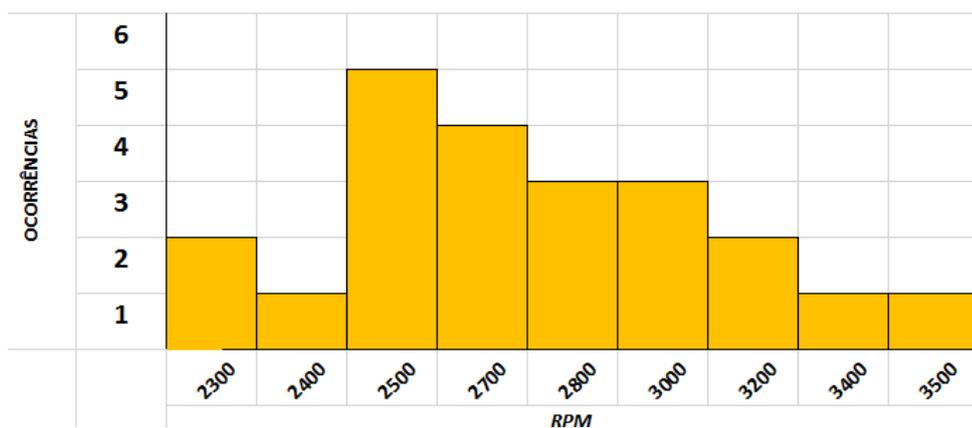


Figura 3 – Gráfico de ocorrências

Como visto no gráfico, o RPM mais usado foi de 2500, então este será utilizado em nossos cálculos.

Logo abaixo para exemplificar mas sem alterar o RPM já definido, foi contruido um histograma de frequência para mostrar o intervalo mais usado durante o trajeto.

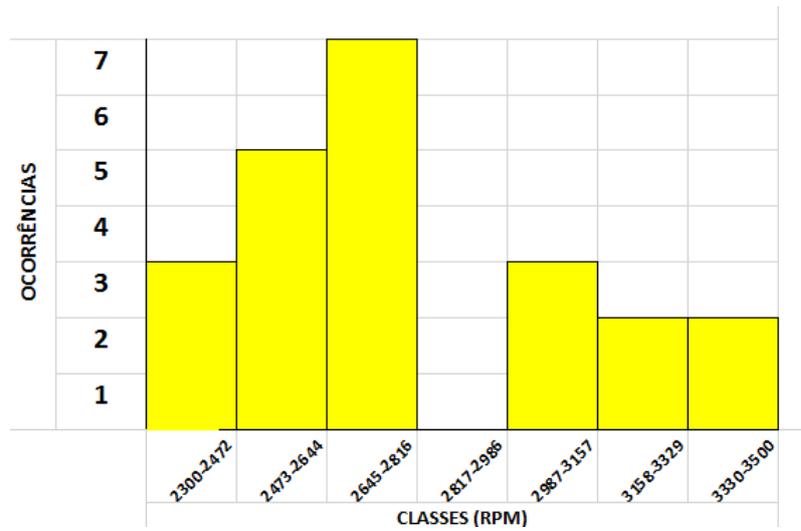


Figura 4 – Histograma de frequência

Concluiu-se então que a faixa-etária mais usual está entre 2645-2816 RPM.

5.3 Estudando o movimento

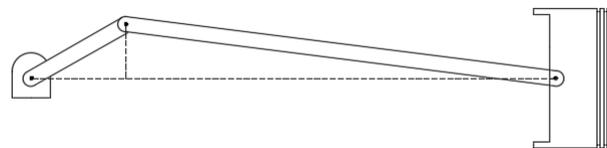


Figura 5 – Conjunto Virabrequim/ Biela/ Pistão

5.3.1 Relação Trigonométrica

Com base no conjunto como um todo e em relações trigonométricas pode-se tirar o seguinte conhecimento (raciocínio):

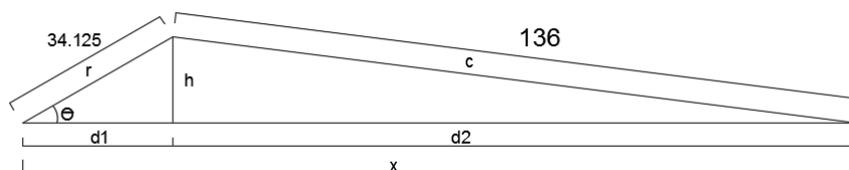


Figura 6 – Relação Trigonométrica

Onde:

$$d1 = r \cos \theta \text{ e } h = r \sin \theta$$

Conhecendo-se **h**, a distância **d2** pode ser calculada através do *Teorema de Pitágoras*:

$$d2 = (c^2 - h^2)^{\frac{1}{2}} = (c^2 - r^2 \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}$$

Sabendo que **x** é a posição do pistão em relação a θ , então, a função posição é dada por:

$$x = d1 + d2 = r \cos \theta + (c^2 - r^2 \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}$$

Utilizando conhecimentos de cálculo, derivou-se a função posição para assim encontrar a função horária da velocidade do êmbolo, dada por:

$$\frac{dx}{dt} = -r \frac{d\theta}{dt} \sin \theta - \frac{r^2 \frac{d\theta}{dt} \sin 2\theta}{2(c^2 - r^2 \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}}$$

Efetuada uma nova derivação da função encontrada (derivada segunda da função posição), obtém-se a função correspondente a aceleração do êmbolo, dada por:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -r \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \cos \theta - \frac{4r^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \cos 2\theta (c^2 - r^2 \sin^2 \theta) + (r^2 \theta \sin 2\theta)^2}{4(c^2 - r^2 \sin^2 \theta)^{\frac{3}{2}}}$$

Sabendo que:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_0$$

ω_0 = Velocidade Angular

Foi utilizado como parâmetro a rotação encontrada na seção 5.2 para assim poder converter o valor de $\frac{d\theta}{dt}$ para ω_0 , da seguinte forma:

$$\omega_0 = \frac{2500 \text{rpm} \times 2 \times \pi}{60}$$

Onde após encontrado sua velocidade angular, foi calculado o tempo para uma revolução da manivela (Período):

$$P = \frac{2\pi}{\omega o}$$

Com o valor da aceleração e o valor da massa do sistema como um todo, é possível encontrar a força aplicada pelo pistão, dada por:

$$F = m \times a = m \times \frac{d^2x}{dt^2}$$

$m = \text{massa}$

$a = \text{aceleração}$

Assim, executando um programa no *MATLAB* para a resolução de tais equações é possível encontrar gráficos que melhor demonstram os resultados de cada equação com o valor de θ variando em relação ao tempo.

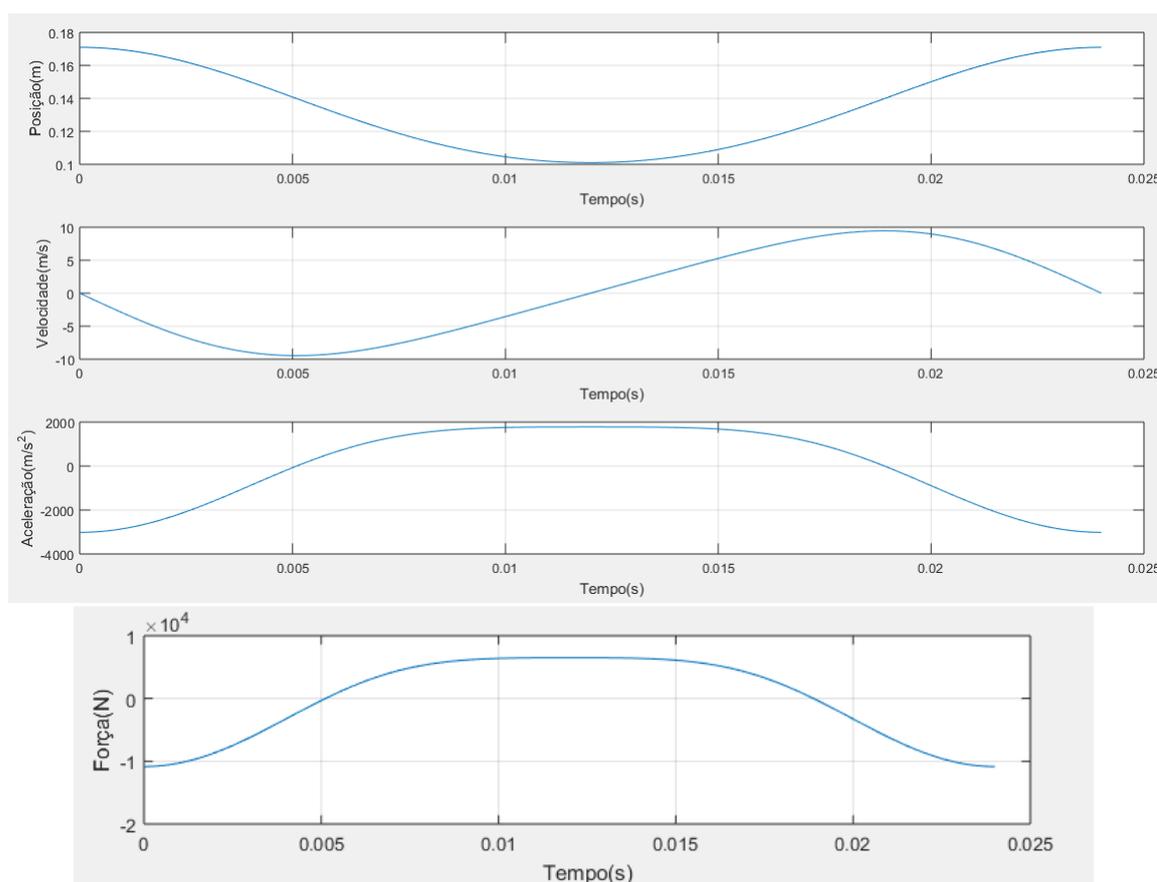


Figura 7 – Gráficos Posição/ Velocidade/ Aceleração/ Força

Na disciplina de Álgebra Linear, a matéria de Transformações Lineares nos possibilita calcular a relação da Posição do Pistão com o Virabrequim em função do ângulo. Como foi feito a seguir:

A matriz de Rotação $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ juntamente com as coordenadas de (x,y) do Virabrequim em sua posição inicial $\begin{bmatrix} 0,035 \\ 0 \end{bmatrix}$ nos dará as coordenadas em (X,Y) específicas para cada ângulo determinado.

Tabela 1: Coordenadas (X,Y) em relação a matriz de rotação.

θ	30°	60°	90°	120°	150°	180°
x	0,0303	0,0175	0	-0,0175	-0,0303	-0,035
y	0,0175	0,0303	0,035	0,0303	0,0175	0
θ	210°	240°	270°	300°	330°	360°
x	-0,0303	-0,0175	0	0,0175	0,0303	0,035
y	-0,0175	-0,0303	-0,035	-0,0303	-0,0175	0

Com as informações obtidas a partir da matriz de rotação e sabendo que o raio da circunferência obtida a partir de uma revolução do virabrequim pode-se construir o gráfico de Relação da Posição do Pistão e do Virabrequim em função do ângulo.

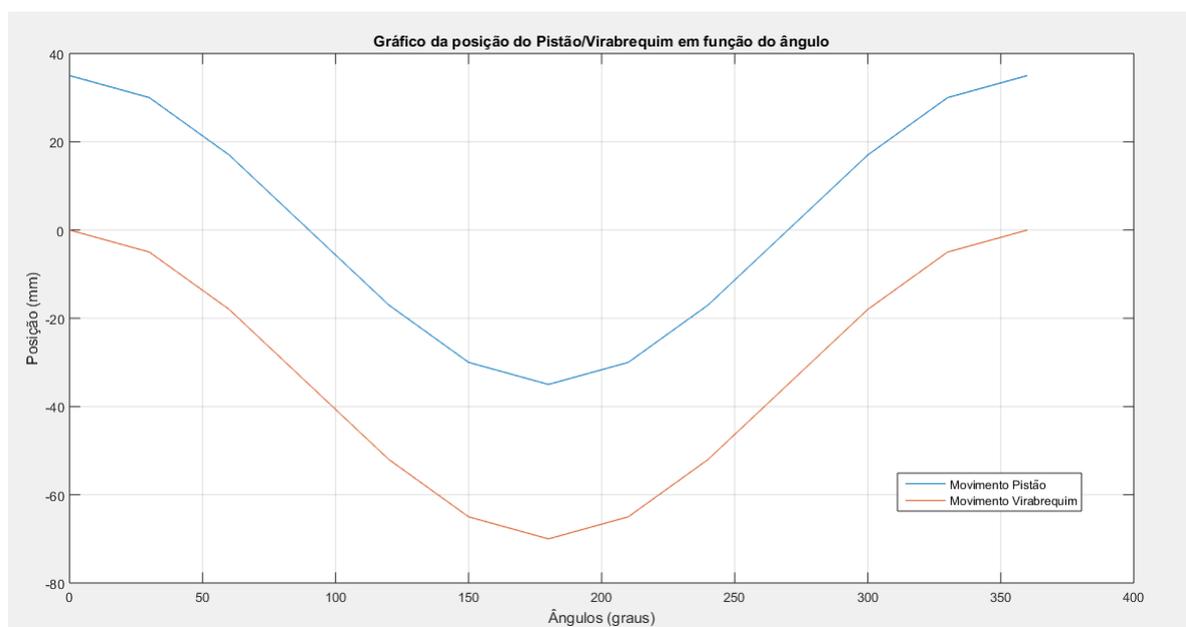


Figura 8 – Gráfico Relação da Posição do Pistão com o Virabrequim em função do ângulo

A partir do gráfico pode-se tirar a conclusão de que a distância entre as extremidades da Biela é sempre constante e assim caracterizando tal objeto como uma certa rigidez suficiente para que não aconteça deformação durante o fenômeno de **Contração** proveniente do esforço causado pela impulsão do pistão sobre a biela.

Caso os materiais em que as peças foram fabricadas apresentassem certa rigidez não suficiente para que não aconteça deformação, uma possível fadiga na peça poderia levar a ocasionar uma fratura da mesma, como mostrado no gráfico abaixo.

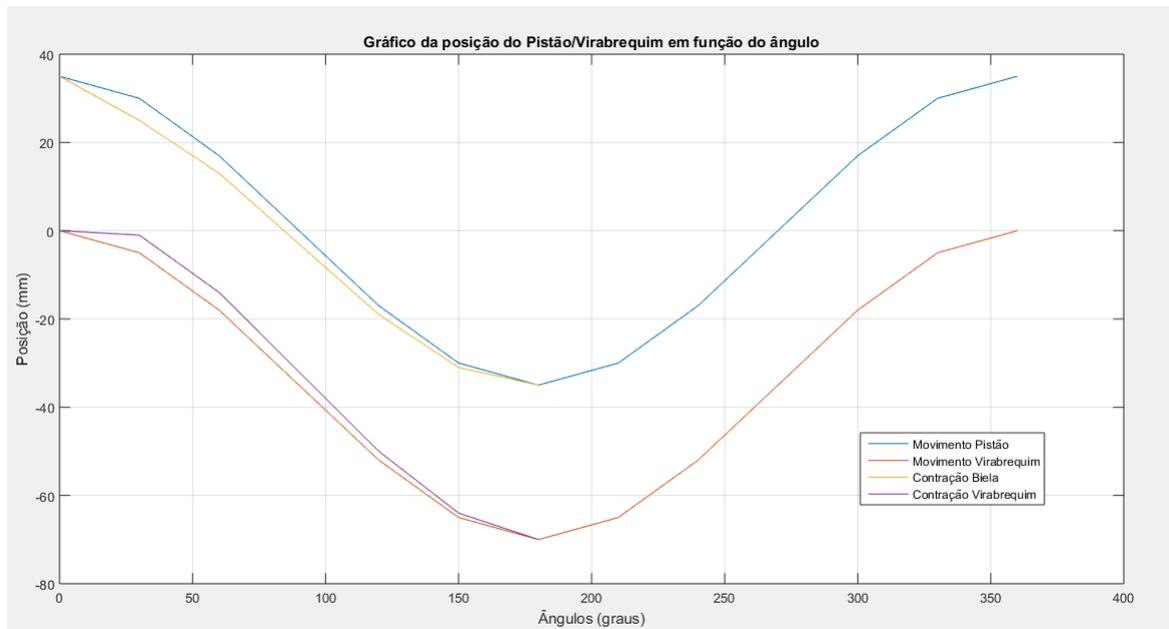


Figura 9 – Gráfico Deformação

6 Metodologia

Para o desenvolvimento deste projeto, foi pensado primeiramente no movimento como um todo, onde para facilitar e ter um maior foco no estudo, restringimos apenas aos itens citados anteriormente, que são a biela, o pistão e o vira-brequeim. Onde desprezaremos forças aplicadas, sistemas de arrefecimento e lubrificação, cabeçote, casquilhos, cilindros e cárter.

Todas as medidas para fins de Desenho Técnico e Inventor, foram feitas com paquímetros calibrados, de acordo com as normas previstas.

Para cálculos, foram pegadas medidas diretamente com fabricante, tendo assim, acesso as tolerâncias.

7 Conclusão

Ao término do projeto, aprendemos um pouco mais como funciona um motor. Devido ao caso do projeto ser feito em um software de construção em 3D (Autodesk Inventor) descobrimos a importância da utilização deste, para a engenharia contemporânea, já que, demonstra ser uma grande ferramenta para projetistas, pois permite que o usuário construa seu protótipo e consiga visualiza-lo virtualmente antes mesmo de estar pronto, e com um custo relativamente zero se desconsiderarmos treinamentos e derivados, coisa que é fundamental na formação de engenheiros.

Devido o trabalho ser em grupo desenvolvemos nosso relacionamento interpessoal, coisa muito importante para um futuro engenheiro, pois ira atuar muitas vezes como chefe de equipe no seu local de trabalho, tendo que lidar com várias pessoas dos mais diferentes tipos de personalidade.

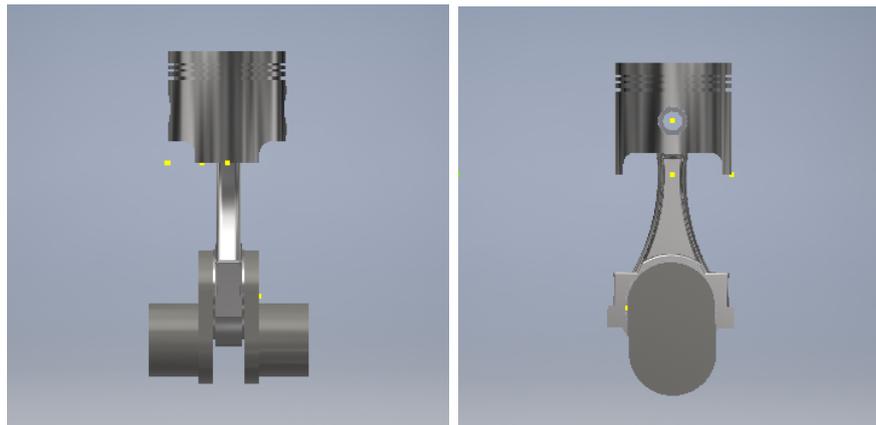


Figura 10 – Projeto pronto no Autodesk Inventor

8 Referências

GILAT, Amos Gilat. **MATLAB**: com aplicações em engenharia. 4. Ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.

STEWART, James Stewart. **CÁLCULO** volume 1. 7. Ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

LARSON, Ron Larson. **Estatística aplicada**. 6. Ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2015.

Apêndices

APÊNDICE A – Encontrando a derivada 1^o e 2^o da posição.

A função posição é dada por, onde fazendo a sua primeira derivada, utilizando a **regra da cadeia**, é encontrado a função da velocidade:

$$x = r\cos\theta + (c^2 - r^2\text{sen}^2\theta)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{dx}{dt} = -r\text{sen}\theta\frac{d\theta}{dt} + \left[\left(\frac{1}{2(c^2 - r^2\text{sen}^2\theta)}\right) \cdot \left(r^2\frac{d\theta}{dt}\text{sen}2\theta\right)\right]$$

Temos assim:

$$\frac{dx}{dt} = -r\text{sen}\theta\frac{d\theta}{dt} - \frac{r^2\frac{d\theta}{dt}\text{sen}2\theta}{2(c^2 - r^2\text{sen}^2\theta)}$$

Agora utilizando a função da velocidade, efetuando sua derivada encontra-se a função aceleração (Derivada segunda da posição):

$$\frac{dx}{dt} = -r\frac{d\theta}{dt}\text{sen}\theta - \frac{r^2\frac{d\theta}{dt}\text{sen}^2\theta}{2(c^2 - r^2\text{sen}^2\theta)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -r\left[\frac{d^2\theta}{dt^2}\text{sen}\theta + \frac{d\theta}{dt}\cos\theta\frac{d\theta}{dt}\right] - \left[\frac{2(c^2 - r^2\text{sen}^2\theta)^{\frac{1}{2}} \cdot r^2\left(\frac{d^2\theta}{dt^2}\text{sen}2\theta + \frac{d\theta}{dt}\cos(2\theta) \cdot 2\frac{d\theta}{dt}\right) - (r^2\frac{d\theta}{dt}\text{sen}2\theta) \cdot (c^2 - r^2\text{sen}^2\theta)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-r^2\text{sen}2\theta\frac{d\theta}{dt})}{4(c^2 - r^2\text{sen}^2\theta)}\right]$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -r\left[\frac{d^2\theta}{dt^2}\text{sen}\theta + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\cos\theta\right] - \left[\frac{2(c^2 - r^2\text{sen}^2\theta) \cdot r^2\left(\frac{d^2\theta}{dt^2}\text{sen}2\theta + 2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\cos2\theta\right) - (r^2\frac{d\theta}{dt}\text{sen}2\theta) \cdot (-r^2\frac{d\theta}{dt}\text{sen}2\theta)}{4(c^2 - r^2\text{sen}^2\theta)^{\frac{3}{2}}}\right]$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -r\left[\frac{d^2\theta}{dt^2}\text{sen}\theta + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\cos\theta\right] - \left[\frac{2r^2\frac{d^2\theta}{dt^2}\text{sen}2\theta(c^2 - r^2\text{sen}^2\theta) + 4r^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\cos2\theta(c^2 - r^2\text{sen}^2\theta) + (r^2\frac{d\theta}{dt}\text{sen}2\theta)^2}{4(c^2 - r^2\text{sen}^2\theta)}\right]$$

Considerando que na equação acima $\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$, é encontrada a seguinte função para a aceleração:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\cos\theta - \frac{4r^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\cos2\theta(c^2 - r^2\text{sen}^2\theta) + (r^2\text{sen}2\theta)^2}{4(c^2 - r^2\text{sen}^2\theta)^{\frac{3}{2}}}$$

B Otimização de RPM

$$Amplitude = Valormáximo \times Valormínimo$$

$$Classes = \frac{Amplitude}{n.declasses}$$

Classes	Ocorrências	Freq. Relat.	Freq. Acum.
2300–2472	3	0,14	3
2473–2644	5	0,22	8
2645–2816	7	0,32	15
2817–2986	0	0	15
2987–3157	3	0,14	18
3158–3329	2	0,09	20
3330–3500	2	0,09	22

Anexos

ANEXO A – Script: Gráficos da Posição, Velocidade e Aceleração

```

format long

THDrpm=2500; r=0.034; c=0.136; m=3.725; % Define  $\frac{d\theta}{dt}$ , r e c.
THD=THDrpm*2*pi/60; % Converte a unidade  $\frac{d\theta}{dt}$  de rpm para rad/s.
tf=2*pi/THD; % Calcula o tempo para uma revolucao da matriz.
t=linspace(0,tf,200); % Cria um vetor para o tempo com 200 elementos.
TH=THD*t; % Calcula  $\theta$  para cada t.
d2s=c^2-r^2*sin(TH).^2; % Calcula o quadrado de d2 para cada  $\theta$ .
x=r*cos(TH)+sqrt(d2s); % Calcula o x para cada  $\theta$ .
xd=-r*THD*sin(TH)-(r^2*THD*sin(2*TH))./(2*sqrt(d2s)); %
Calcula  $\frac{dx}{dt}$  para cada  $\theta$ .
xdd=-r*THD^2*cos(TH)-(4*r^2*THD^2*cos(2*TH).*d2s+(r^2*sin(2*TH)*THD).^2)./(4*d2s.^(3/2));
% Calcula  $\frac{d^2x}{dt^2}$  para cada  $\theta$ .

subplot(3,1,1)
plot(t,x) % Plota x vs. t
grid % Formata o primeiro grafico.
xlabel('Tempo(s)')
ylabel('Posicao(m)')

subplot(3,1,2)
plot(t,xd) % Plota  $\frac{dx}{dt}$  vs. t
grid % Formata o segundo grafico}
xlabel('Tempo(s)')
ylabel('Velocidade(m/s)')

subplot(3,1,3)

```

```

plot(t,xdd) % Plota  $\frac{d^2x}{dt^2}$  vs. t
grid$} % Formata o terceiro grafico}
xlabel('Tempo(s)')
ylabel('Aceleracao(m/s^2)')
```

A.1 Script: Gráfico Força

```

format long

THDrpm=2500; r=0.034; c=0.136; m=3.725; % Define  $\frac{d\theta}{dt}$ , r e c.
THD=THDrpm*2*pi/60; % Converte a unidade  $\frac{d\theta}{dt}$  de rpm para rad/s.
tf=2*pi/THD; % Calcula o tempo para uma revolucao da matriz.
t=linspace(0,tf,200); % Cria um vetor para o tempo com 200 elementos.
TH=THD*t; % Calcula  $\theta$  pata cada t.
d2s=c^2-r^2*sin(TH).^2; % Calcula o quadrado de d2 para cada  $\theta$ .
x=r*cos(TH)+sqrt(d2s); % Calcula o x para cada  $\theta$ .
xd=-r*THD*sin(TH)-(r^2*THD*sin(2*TH))./(2*sqrt(d2s)); %
Calcula  $\frac{dx}{dt}$  para cada  $\theta$ .
xdd=-r*THD^2*cos(TH)-(4*r^2*THD^2*cos(2*TH).*d2s+(r^2*sin(2*TH)*THD).^2)./(4*d2s.^(3/2)); % Calcula  $\frac{d^2x}{dt^2}$  para cada  $\theta$ 
f=m*xdd; % Calcula a forca para cada aceleracao.

subplot(1,1,1)
plot(t,f) % Plota f vs. t
grid$} % Formata o grafico
xlabel('Tempo(s)')
ylabel('Forca(N)')
```

A.2 Script: Gráfico relação da posição do pistão com o virabrequim em função do ângulo

```

format long
```

```

x=[0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, 330,
    360]; % Vetor valores de  $\theta$ .
y=[35, 30, 17, 0, -17, -30, -35, -30, -17, 0, 17, 30, 35]; %
    Vetor coordenadas x do pistao.
yd=[0, -5, -18, -35, -52, -65, -70, -65, -52, -35, -18, -5,
    0]; % Vetor coordenadas x do virabrequim.

plot(x,y,x,yd) % Plota x vs. y , e x vs. yd
grid on % Formata o grafico.
ylabel('Posicao (mm)')
xlabel('Angulos (graus)')
title ('Grafico da posicao do Pistao/Virabrequim em funcao do
    angulo')

```

A.3 Script: Gráfico deformação

```

format long

x=[0 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360]; % Vetor
    valores de  $\theta$ .
y=[35 30 17 0 -17 -30 -35 -30 -17 0 17 30 35]; % Vetor
    coordenadas x do pistao.
z=[0 30 60 90 120 150 180]; % Vetor valores de  $\theta$  onde
    ha deformacao
yd=[0 -5 -18 -35 -52 -65 -70 -65 -52 -35 -18 -5 0]; % Vetor
    coordenadas x do virabrequim.
ydd=[35 25 13 -3 -19 -31 -35]; % Vetor coordenadas x do
    pistao onde ha deformacao.
yddd=[0 -1 -14 -32 -50 -64 -70]; % Vetor coordenadas x do
    virabrequim onde ha deformacao.

plot(x,y,x,yd,z,ydd,z,yddd) % Plota x vs. y , x vs. yd, z vs.
    ydd, z vs. yddd
grid on % Formata o grafico.
ylabel('Posicao (mm)')
xlabel('Angulos (graus)')
title ('Grafico deformacao')

```