



**INSTITUTO FEDERAL**  
Minas Gerais  
Campus Avançado Arcos

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO,  
CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MINAS  
GERAIS - *CAMPUS* ARCOS  
ENGENHARIA MECÂNICA

Biatriz Veloso da Silveira  
Marcella Moura Vieira e Silva  
Maria Luiza de Souza  
Mariana Ribeiro Lopes  
Victor Augusto Rodrigues Esteves  
Yan Mileib Novais

**Trabalho Acadêmico Integrador IV**  
**Simulação do Lançamento do Foguete Saturno**  
**V**

Arcos-MG

Dezembro/2018

Bíatrix Veloso da Silveira  
Marcella Moura Vieira e Silva  
Maria Luiza de Souza  
Mariana Ribeiro Lopes  
Victor Augusto Rodrigues Esteves  
Yan Mileib Novais

## **Trabalho Acadêmico Integrador IV**

### **Simulação do Lançamento do Foguete Saturno V**

Relatório apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais (IFMG), referente ao Trabalho Acadêmico Integrador, como requisito parcial para aprovação em todas as disciplinas ministradas no 4º período do Curso de Engenharia Mecânica.

Instituto Federal de Minas Gerais  
Campus Arcos  
Engenharia Mecânica

Orientador: Me. Flávio Fernandes Barbosa Silva

Arcos-MG  
Dezembro/2018

# RESUMO

Foguete, também chamado de míssil, geralmente é criado com um formato cilíndrico e alongado, com a capacidade de lançamento tanto em pontos em movimento ou em pontos estacionários. É um veículo vinculado a um motor que o dispara, eliminando os seus gases de combustão. Este ocorrido pode ser denominado empuxo, ou seja, à medida que os gases são expulsos o foguete perde massa, uma alteração em sua quantidade de movimento. Este trabalho trata-se de uma simulação computacional utilizando técnicas matemáticas, onde é permitido imitar o desempenho, estudar e prever o comportamento de reações de determinados processos do lançamento do foguete Saturno V. Tal foguete conhecido pode ser o mais potente já visto.

**Palavras-chave:** Foguete, lançamento, simulação.

# ABSTRACT

Rocket, also called missile, is usually created with a cylindrical and elongated shape, with the ability to launch either at moving points or at stationary points. It is a vehicle linked to an engine that shoots it, eliminating its combustion gases. This happened can be called thrust, that is, as the gases are expelled the rocket loses mass, a change in its amount of movement. This work is about a computational simulation using mathematical techniques, where it is possible to imitate the performance, to study and to predict the reaction behavior of certain processes of the Saturn V rocket launch. Such a known rocket may be the most powerful already seen.

**Keywords:**Rocket, launch, simulation.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Saturno V . . . . .	8
Figura 2 – Estrutura do Saturno V . . . . .	10
Figura 3 – Esboço do Saturno V . . . . .	11
Figura 4 – Velocidade de escape . . . . .	13
Figura 5 – Sistema foguete . . . . .	14
Figura 6 – Divisão triangular . . . . .	21
Figura 7 – Câmara de combustão e bocal . . . . .	23
Figura 8 – Gráfico de Simulação 1 . . . . .	24
Figura 9 – Gráfico de Simulação 2 . . . . .	25
Figura 10 – Sistema câmara de combustão . . . . .	30
Figura 11 – Diagrama t vs s . . . . .	31

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Cronograma . . . . .	12
Tabela 2 – Tabela de Simulação 1 . . . . .	32
Tabela 3 – Tabela de Simulação 2 . . . . .	33

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>7</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>7</b>
1.1.1	Objetivo geral	7
1.1.2	Objetivos Específicos	7
<b>1.2</b>	<b>Justificativa</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>8</b>
<b>2.1</b>	<b>Saturno V e estágios</b>	<b>8</b>
<b>2.2</b>	<b>Propulsão</b>	<b>9</b>
<b>2.3</b>	<b>Motor e combustível</b>	<b>10</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>11</b>
<b>3.1</b>	<b>Métodos</b>	<b>11</b>
<b>3.2</b>	<b>Materiais e Equipamentos</b>	<b>12</b>
<b>4</b>	<b>DESENVOLVIMENTO</b>	<b>13</b>
<b>4.1</b>	<b>Velocidade de escape</b>	<b>13</b>
<b>4.2</b>	<b>Análise termodinâmica</b>	<b>14</b>
4.2.1	Equação de Energia em Sistemas Abertos para volumes de controle: operação em regime transiente	14
<b>4.3</b>	<b>Análise dinâmica</b>	<b>16</b>
4.3.1	Equação da taxa de variação da quantidade de movimento	16
<b>4.4</b>	<b>Simulação do lançamento do foguete</b>	<b>20</b>
<b>4.5</b>	<b>Método dos Elementos Finitos</b>	<b>20</b>
<b>4.6</b>	<b>Câmara de combustão</b>	<b>22</b>
<b>5</b>	<b>APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS</b>	<b>24</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>26</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>27</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>28</b>
	<b>APÊNDICE A –</b>	<b>29</b>

# 1 INTRODUÇÃO

A história da humanidade é marcada por pessoas que, motivadas por um sonho, pelo conhecimento, criatividade, ou as vezes por pura curiosidade, encontraram soluções que mudaram não apenas as suas vidas, mas o destino de todo o planeta.

Comunicação, sensoriamento remoto, navegação. Essas são algumas das utilidades dos satélites na atualidade voltadas para o cotidiano. Olhando para o futuro, o espaço é, atualmente, o único limitador físico. Seja para manter a rotina ou para avançar na ciência, é indispensável o uso de foguetes para escapar da gravidade do nosso planeta e colocar satélites em órbita ou alcançar outros corpos celestes como a Lua, asteróides, planetas próximos ou outros corpos celestes mais distantes. Desde sua criação, há mais de 1000 anos, os foguetes vêm sendo aprimorados para ir cada vez mais longe e carregar cargas cada vez maiores. Não existe foguete mais potente que o Saturno V, com grande dimensão e capacidade, Saturno V levou os primeiros astronautas que pisaram na Lua. (1)

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 OBJETIVO GERAL

Executar a simulação, através de técnicas matemáticas, do lançamento do foguete Saturno V para fora da órbita terrestre.

### 1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desenvolvimento de cálculos sobre o lançamento do foguete.
- Elaboração da simulação por meio da modelagem matemática.
- Construção de um protótipo para visualização de partes do foguete.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Simulação do lançamento do foguete Saturno V imita aspectos da realidade, mas com variáveis controladas. O propósito do trabalho é a verificação do seu comportamento, que mesmo não sendo idêntico ao real apresenta uma aproximação satisfatória. (2)

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Há pouco mais de 2000 anos, Heron de Alexandria criou um mecanismo que chamou de Eolípila (Aeolipile), um dos primeiros mecanismos que se tem conhecimento a utilizar a Terceira Lei de Newton, ação e reação, antes mesmo desta ter sido enunciada. (3)

O dispositivo possui um reservatório de água que é aquecido até evaporar e assim é conduzido aos tubos fixados na esfera fazendo-a girar ao ser expelido. Assim Heron estava inventando o primeiro mecanismo com um dos princípios básicos de um foguete, a conservação do momento. O primeiro combustível sólido para os foguetes foi a pólvora, o registro mais antigo sobre ela veio da China, no final do terceiro século antes de Cristo. (3)

Os foguetes foram importantes instrumentos da guerra, sendo o V-2 um dos primeiros mísseis de longo alcance, representando a sua tecnologia como um grande avanço na construção de foguetes. Desde então, os foguetes vêm sendo aprimorados com a utilização de tecnologia de ponta e altos investimentos em pesquisa e inovação, no intuito de garantir maior segurança a seus tripulantes e sua carga, bem como reduzir o custo para colocá-los em órbita. (4)

### 2.1 SATURNO V E ESTÁGIOS

Figura 1 – Saturno V



Fonte:(1)

O Saturno V (Figura 1) foi desenvolvido pelo grupo de Whernher von Braun, que trabalhava no Marshall Space Flight Center (MSFC), situado no Alabama, e produzido por um consórcio de várias empresas americanas. Projetado para levar três astronautas da

Apollo à Lua e voltar, o Saturno V fez o seu primeiro teste de voo não tripulado em 1967. Um total de 13 foguetes Saturno V foram lançados a partir de 1967 até 1973, realizando as missões Apollo. (1)

Saturno V até hoje é o veículo lançador de maior empuxo que já entrou em produção e é considerado como uma das mais impressionantes máquinas já construídas pelo homem em sua história. Tudo a ele relacionado é grandioso. Em sua configuração de lançamento, sua altura era 110,6 m com um diâmetro 10 m, e sua massa total cerca de 3.000 toneladas, gerando empuxo suficiente para colocar uma carga útil de 118.000 kg numa órbita baixa. Seu primeiro estágio foi o maior cilindro de alumínio já feito. Esse grandioso veículo lançador foi concebido como evolução dos lançadores menores da série Saturno. (3)

O primeiro estágio do foguete Saturno V transporta 740 mil litros de querosene e 1,2 milhão de litros de oxigênio líquido necessário para a combustão. No lançamento, estão os cinco motores F-1 que produzem 7,5 milhões de libra-força de empuxo. A uma altitude de 67 quilômetros, os motores F-1 são desligados. Os parafusos explosivos disparam e o primeiro estágio é separado do foguete, caindo no Oceano Atlântico. (1)

O segundo estágio equipado com 5 motores J2, com empuxo total de 1.125.450 libras-força, transporta 984.000 litros de hidrogênio líquido e 303.000 litros de oxigênio líquido. Alguns segundos após os cinco motores do foguete no segundo estágio serem acesos, uma saia *interstage* na parte inferior é descartada. Logo depois, o foguete de escape de emergência na parte superior do veículo, é disparado e descartado. (1)

Aos 9 minutos e 9 segundos após o lançamento, o segundo estágio é descartado e o motor do foguete do terceiro estágio é disparado. A terceira etapa transporta 252.750 litros de hidrogênio líquido e 73.280 litros de oxigênio líquido. (1)

O motor do terceiro estágio é disparado até 11 minutos e 39 segundos após o lançamento, quando o veículo atingiu velocidade suficiente para alcançar a órbita da Terra. Cerca de duas horas e meia depois, o motor do terceiro estágio é reiniciado para enviar a espaçonave Apollo da órbita da Terra em direção à lua. (1)

Depois que os astronautas em Apollo atracam com o módulo de pouso lunar e se afastam do agora inútil terceiro estágio, esta última parte restante do Saturno V se afasta no espaço profundo ou é comandada a voar para um pouso forçado na lua. (1)

## 2.2 PROPULSÃO

O princípio para a propulsão de foguetes é a Terceira Lei de Newton, para cada ação há uma reação igual e oposta. No foguete, os gases queimados escapam em um jato forte através de um bocal comprimido, o foguete então é impulsionado na direção oposta. (3)

## 2.3 MOTOR E COMBUSTÍVEL

Saturno V possuía cinco motores F1, que consumiam querosene e oxigênio líquido e proporcionavam um empuxo total de 7.503.000 lbf. Sendo classificado como um foguete químico por obter sua energia através da combustão. A câmara de combustão é a responsável por acelerar os gases que serão expelidos, responsáveis pelo empuxo do foguete. (1)

A maior parte da estrutura do foguete é destinada ao transporte de combustível. Boa parte desse propelente é consumido no menor trecho da viagem, dentro dos limites da atmosfera terrestre. É durante esse percurso que é consumida uma considerável quantidade de energia, principalmente para levantar do solo um veículo com o peso de milhares de toneladas. (1)

Vencido esse trecho, o foguete então carrega um peso inútil correspondente à estrutura destinada onde transportava o combustível. Este fato faz logo pensar num sistema que abandona parte dessa estrutura. Recorre-se então ao sistema de vários estágios.(1) A Figura 2 demonstra a estrutura em um todo do foguete.

Figura 2 – Estrutura do Saturno V



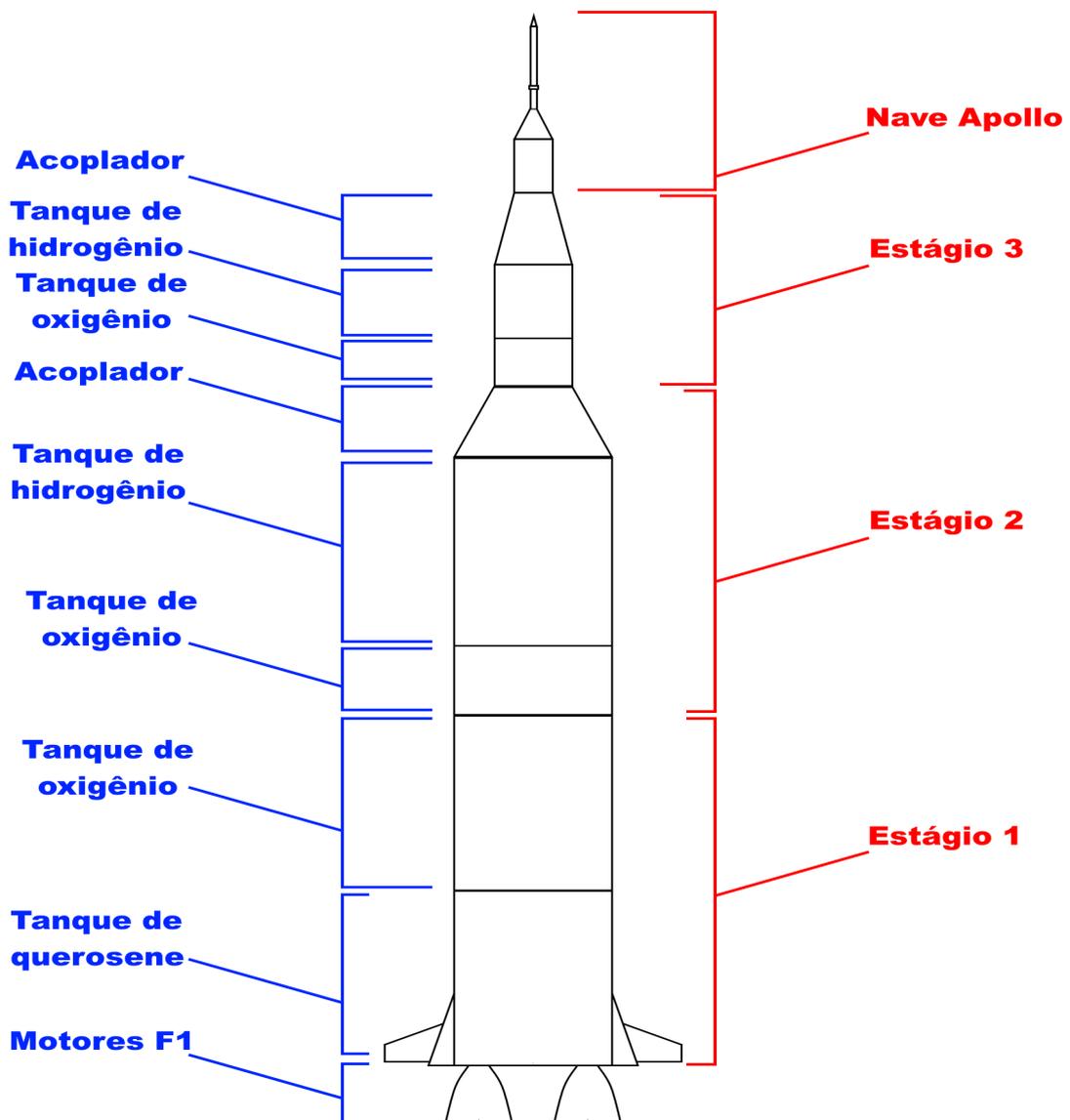
Fonte: Próprios autores

## 3 METODOLOGIA

### 3.1 MÉTODOS

Para a criação do esboço do foguete Saturno V foi utilizado o software *Solid Works* e *Ultimaker Cure*, conforme mostra a Figura 3.

Figura 3 – Esboço do Saturno V



Fonte: Próprios autores

Com o desenvolvimento do projeto foi definido um cronograma de atividades como mostra a Tabela 1.

Tabela 1 – Cronograma

Id	Status	Nome da Tarefa	Início	Término	Tri 3/2018			Tri 4/2018			Tri 1/2019	
					Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Jan	
1	Concluída	Formação do grupo e escolha do projeto	Qua 08/08/18	Qua 22/08/18		█						
2	Concluída	Definição e delimitação do escopo do projeto	Qua 22/08/18	Qua 29/08/18		█						
3	Concluída	Análise e cálculos termodinâmicos	Qua 05/09/18	Qua 19/09/18			█					
4	Concluída	Execução e entrega do relatório parcial	Qua 05/09/18	Qua 26/09/18			█					
5	Concluída	Apresentação parcial	Qua 03/10/18	Qua 03/10/18				◆				
6	Concluída	Compra do material e execução do protótipo	Ter 30/10/18	Ter 13/11/18					█			
7	Concluída	Tabela de simulação do foguete	Qua 31/10/18	Seg 12/11/18					█			
8	Concluída	Entrega do relatório final	Qua 05/12/18	Qua 05/12/18							◆	
9	Concluída	Preparação para apresentação do TAI	Qui 06/12/18	Ter 11/12/18							█	
10	Concluída	Apresentação do TAI	Qua 12/12/18	Qua 12/12/18							◆	
11	Concluída	Exposição dos banners	Qui 13/12/18	Qui 13/12/18							◆	
12	Concluída	Correção e entrega do relatório final corrigido	Sex 14/12/18	Sex 21/12/18							█	

Projeto: ProjetoFoguete Data: Qui 29/11/18	Tarefa	█	Resumo Inativo	▬	Tarefas externas	▬
	Divisão	⋯	Tarefa Manual	█	Marco externo	◆
	Marco	◆	Somente duração	▬	Data limite	↓
	Resumo	▬	Acúmulo de Resumo Manual	█	Andamento	▬
	Resumo do projeto	▬	Resumo Manual	▬	Progresso manual	▬
	Tarefa Inativa	▬	Somente início	┌		
	Marco Inativo	◆	Somente término	┐		

Fonte: Próprios autores

### 3.2 MATERIAIS E EQUIPAMENTOS

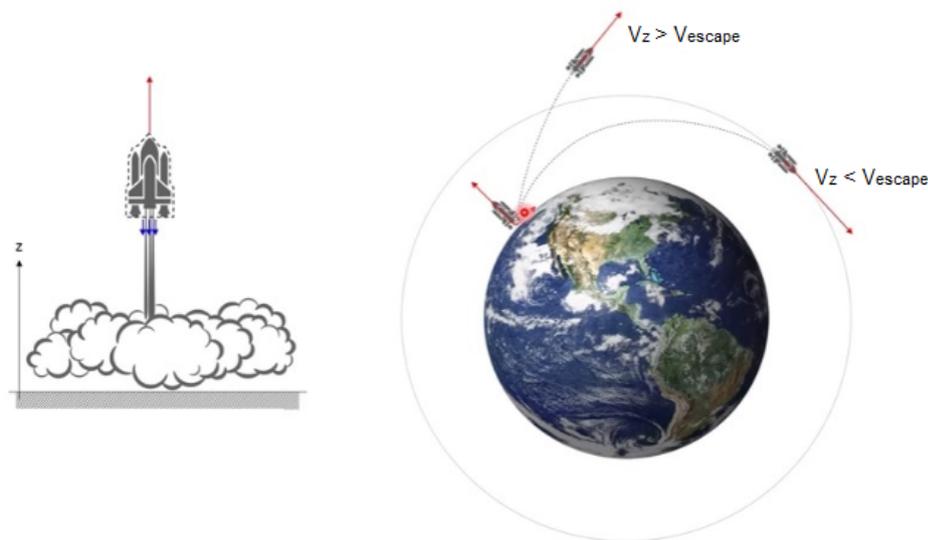
Para a construção do protótipo utilizou-se uma impressora 3D e material para impressão ABS.

## 4 DESENVOLVIMENTO

### 4.1 VELOCIDADE DE ESCAPE

A velocidade de escape é uma velocidade mínima necessária para que um objeto, como o foguete, saia da superfície da Terra em direção ao espaço. (5)

Figura 4 – Velocidade de escape



Fonte:(6)

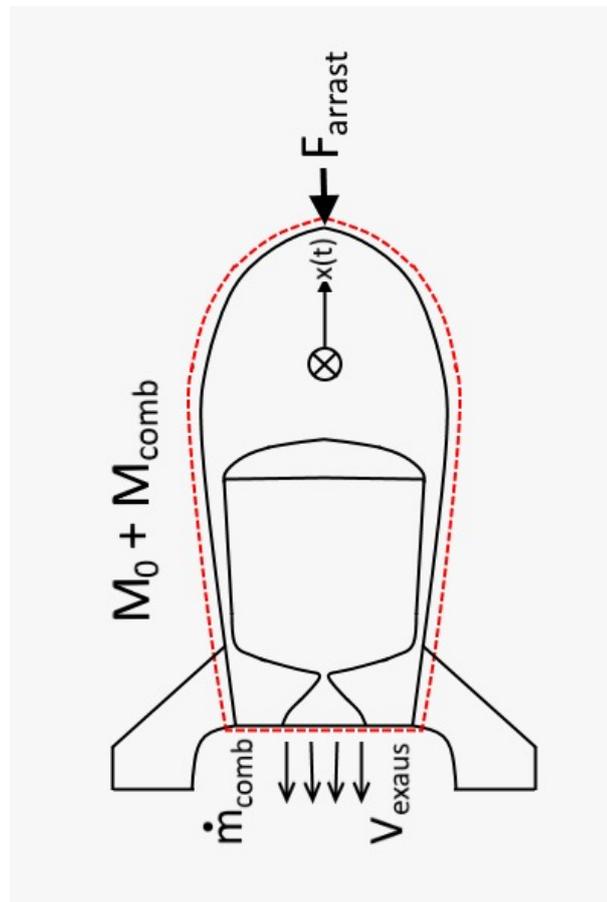
Para calcular a velocidade ideal de escape para o planeta Terra, é considerado que a conservação da quantidade das energias cinética e potencial inicial seja igual à energia final do foguete. Admitindo que a energia final seja zero devido a energia cinética final ser zero pois a velocidade final tende a zero. E a potencial gravitacional final é zero pois a distância tende ao infinito então tem-se uma velocidade de escape aproximadamente 11,2 km/s ( A.45). Este resultado descreve a velocidade precisa para que o corpo lançado saia do campo gravitacional.

## 4.2 ANÁLISE TERMODINÂMICA

### 4.2.1 EQUAÇÃO DE ENERGIA EM SISTEMAS ABERTOS PARA VOLUMES DE CONTROLE: OPERAÇÃO EM REGIME TRANSIENTE

O fluxo de massa atravessando a fronteira do sistema faz com que ele seja conhecido como sistema aberto, a Figura 5 apresenta o sistema do foguete. No regime transiente, a taxa de variação da energia total do volume de controle não é zero. (7)

Figura 5 – Sistema foguete



Fonte: Próprios autores

A equação da Primeira Lei da Termodinâmica, conhecida como a Lei da Conservação da Energia, trás o enunciado: "A variação da energia interna  $U$  de um sistema representa a diferença entre a quantidade de calor  $Q$  trocada com o meio e o trabalho  $W$  realizado durante a transformação."(7) A lei é descrita na equação 1.

$$\Delta U = Q - W \quad (1)$$

A Primeira Lei da Termodinâmica também se aplica a situações em que haja fluxo de massa – ou seja, quando houver troca de matéria com a vizinhança do sistema. Nesse caso específico, a Primeira Lei toma uma forma distinta da encontrada anteriormente, devido ser um sistema aberto. A seguir é representada equação da primeira lei para sistemas abertos:

$$\Delta E = Q - W + \dot{m}_1\theta - \dot{m}_2\theta(2)$$

Substituindo cada elemento da equação pelo seus valores, obtém-se:

$$\Delta E = Q - W + \dot{m}_1(h_1 + E_P + E_C) - \dot{m}_2(h_2 + E_P + E_C) \quad (3)$$

Das equações 2 e 3,  $\Delta E$  representa a variação da energia interna por quantidade de matéria;  $Q$  a quantidade de calor trocada com o meio;  $\dot{m}$  representa a taxa de variação da massa;  $\dot{m}_1 \cdot \theta - \dot{m}_2 \cdot \theta$  corresponde respectivamente a variação de matéria e a variação de energia interna;  $W$  é o trabalho realizado durante a transformação;  $h$  representa a entalpia;  $E_P$  representa a energia potencial e  $E_C$  representa a energia cinética.

Considerando que a quantidade de calor  $Q$  trocada com o meio ambiente é zero então,  $\Delta E = -W + \dot{m}_1 \cdot \theta - \dot{m}_2 \cdot \theta$ .

Assim, a equação de balanço de energia do foguete é representada pela equação 4 que é a substituição de cada elemento da equação 2 por suas fórmulas, sendo fórmulas as usadas em Termodinâmica.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[ (M_o + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t) \cdot \left( \frac{\dot{x}(t)^2}{2} - \frac{GM_{terra}}{R+x(t)} + e_{gas} + e_{pres} \right) \right] = \\ -F_{atri} \cdot \dot{x}(t) - \dot{m}_{comb} \cdot \left( h_{exaus} - \frac{GM_{terra}}{R+x(t)} + \frac{[V_{exaus} - \dot{x}(t)]^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

A equação 4 é composta pelo sistema de massa  $(M_o + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t)$ , onde  $M_o$  é a massa do foguete,  $M_{comb}$  a massa do combustível e  $\dot{m}_{comb} \cdot t$  a variação da massa do combustível em relação o tempo. A energia total do sistema é dada por  $\frac{d}{dt} \cdot \left[ (M_o + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t) \cdot \left( \frac{\dot{x}(t)^2}{2} - \frac{GM_{terra}}{R+x(t)} + e_{gas} + e_{pres} \right) \right]$ , a taxa temporal é devido a massa do combustível variar com o tempo. A equação da energia específica por  $kg$  do sistema é composta por  $\left( \frac{\dot{x}(t)^2}{2} - \frac{GM_{terra}}{R+x(t)} + e_{gas} + e_{pres} \right)$  e o trabalho das forças externas é indicado pela equação  $-F_{atri} \cdot \dot{x}(t) - \dot{m}_{comb} \cdot \left( h_{exaus} - \frac{GM_{terra}}{R+x(t)} + \frac{[V_{exaus} - \dot{x}(t)]^2}{2} \right)$ .

Analisando as partes específicas dentro da equação, tem-se que  $\frac{\dot{x}(t)^2}{2}$  é a velocidade do centro de massa ou seja, energia cinética;  $-\frac{GM_{terra}}{R+x(t)}$  é o potencial gravitacional que varia

com a localização do foguete;  $\frac{[V_{exaus} - \dot{x}(t)]^2}{2}$  é a velocidade absoluta em relação a câmara de combustão;  $V_{exaus}$  a velocidade de exaustão dos gases;  $e_{gas}$  a energia termodinâmica dos gases e  $e_{pres}$  a energia do sistema de pressurização na câmara.

Derivando a equação 4, e isolando o termo  $\ddot{x}(t)$  que aparecerá na equação derivada, tem-se como resultado a equação:

$$(M_0 + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t) \cdot \ddot{x}(t) = -\rho Ac \cdot \frac{\dot{x}(t)^2}{2} + V_{exaus} \cdot \dot{m}_{comb} - (M_0 + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t) \cdot \left( \frac{GM_{terra}}{(R+x(t))^2} \right) \quad (5)$$

Sendo  $-\rho Ac \cdot \frac{\dot{x}(t)^2}{2}$  o arraste aerodinâmico;  $V_{exaus} \cdot \dot{m}_{comb}$  a propulsão e  $(M_0 + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t) \cdot \left( \frac{GM_{terra}}{(R+x(t))^2} \right)$  a força gravitacional.

A equação 5 é representada por um somatório de forças,  $\sum F = m \cdot a$ , onde:

$$\sum F = -\rho Ac \cdot \frac{\dot{x}(t)^2}{2} + V_{exaus} \cdot \dot{m}_{comb} - (M_0 + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t) \cdot \left( \frac{GM_{terra}}{(R+x(t))^2} \right) \quad (6)$$

$$m \cdot a = (M_0 + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t) \cdot \ddot{x}(t) \quad (7)$$

## 4.3 ANÁLISE DINÂMICA

### 4.3.1 EQUAÇÃO DA TAXA DE VARIAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Observando a equação encontrada através da teoria de termodinâmica, é possível analisar que, ela é uma equação de taxa de variação da quantidade de movimento.

O fato de existir uma aceleração no foguete, implica na existência de uma força resultante, que a cada instante no tempo tem a mesma direção e sentido da aceleração. Partindo da ideia onde a força resultante que age no sistema em estudo é igual a variação temporal da quantidade de movimento do sistema. (8)

Embasada nessa teoria então se tem:

Parte da massa do foguete é composta pelo combustível que é expelido através da combustão em forma de gases:

$$\dot{m}_{comb} = \frac{dm}{dt} \quad (8)$$

A velocidade de ejeção do combustível em relação ao foguete é dada por  $V_{exaus}$  (velocidade de exaustão). Então a velocidade do combustível em relação a um observador inercial é:

$$V_{comb} = V_{exaus} + v \quad (9)$$

Utilizando a conservação do movimento para deduzir a equação de movimento para o foguete. De acordo com a Segunda Lei de Newton. (8)

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (10)$$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (11)$$

Então observa-se que a equação chega em uma derivada temporal da multiplicação da massa pela velocidade:

$$\sum \vec{F} = d \cdot \frac{(m \cdot \vec{v})}{dt} \quad (12)$$

E então resolvendo a derivada do produto, chegou-se a equação de quantidade de movimento para massa constante.

$$\sum \vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} + v \cdot \frac{dm}{dt} \quad (13)$$

Para o foguete, supõe-se que não haja nenhuma força externa agindo sobre o mesmo. Em um determinado instante de tempo  $t$  o momento é:

$$\vec{P}_{fog}(t) = m \cdot \vec{v} \quad (14)$$

Depois de um intervalo de tempo  $dt$ , o momento do foguete é:

$$\vec{P}_{fog}(t + dt) = (m - |dm|) \cdot (\vec{v} + d\vec{v}) \quad (15)$$

Já que uma quantidade de massa de combustível  $dm$  é lançada para fora do foguete, o momento total no instante  $(t + dt)$  não é apenas o momento do foguete, mas há também o momento de massa  $dm$  de combustível que adquire a velocidade  $V_{comb}$  ao ser expelida. Então o momento no instante  $(t + dt)$  é dado por:

$$\vec{P}_{total}(t + dt) = \vec{P}_{fog} \cdot (t + dt) + |dm| \cdot \vec{V}_{comb} \quad (16)$$

Na ausência de forças externas, o momento total deve ser conservado durante o intervalo de tempo  $dt$ . Igualando as equações 14 e 16 resulta-se em:

$$m \cdot \vec{v} = \vec{P}_{fog} \cdot (t + dt) + |dm| \cdot \vec{V}_{comb} \quad (17)$$

Igualando a equação 17 à equação 15:

$$m \cdot \vec{v} = (m - |dm|) \cdot (\vec{v} + d\vec{v}) + |dm| \cdot \vec{V}_{comb} \quad (18)$$

$$m \cdot \vec{v} = m \cdot \vec{v} - \vec{v} \cdot |dm| + m \cdot d\vec{v} + |dm| \cdot \vec{V}_{comb} \quad (19)$$

Desprezando termos infinitesimais de segunda ordem e simplificando a equação 19 obtém-se:

$$0 = 0 - \vec{v} \cdot |dm| + m \cdot d\vec{v} + |dm| \cdot \vec{V}_{comb} \quad (20)$$

$$(\vec{V}_{comb} - \vec{v}) \cdot |dm| + m \cdot d\vec{v} = 0 \quad (21)$$

Substituindo a equação 21 na equação 9:

$$(\vec{V}_{exaus} + \vec{v} - \vec{v}) \cdot |dm| + m \cdot d\vec{v} = 0 \quad (22)$$

Substituindo a equação 22 na equação 9 :

$$\vec{V}_{exaus} \cdot |dm| + m \cdot d\vec{v} = 0 \quad (23)$$

Dividindo a equação 23 por  $dt$ :

$$\vec{V}_{exaus} \cdot \frac{|dm|}{dt} + m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \quad (24)$$

Como a massa do foguete decresce com o tempo:

$$\frac{|dm|}{dt} = -\frac{dm}{dt} \quad (25)$$

Então:

$$\vec{V}_{exaus} \cdot -\frac{dm}{dt} + m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \quad (26)$$

$$\vec{V}_{exaus} \cdot -\frac{dm}{dt} = -m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (27)$$

Usando a equação 8, pode-se escrever:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \cdot \frac{dm}{dt} \quad (28)$$

Sendo, a taxa de variação da equação do foguete:

$$\frac{d\vec{P}_{fog}}{dt} = \frac{d \cdot (m \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{m \cdot d\vec{v}}{dt} = -\dot{m}_{comb} \cdot (\vec{V}_{exaus} + \vec{v}) \quad (29)$$

Assim, a força total resultante sobre o foguete, de acordo com a Segunda Lei de Newton, é dada por  $-\dot{m}_{comb} \cdot (\vec{V}_{exaus} + \vec{v})$ . Essa é a força obtida pela expulsão do foguete. Se além dessa força houver outra força externa resultante  $\vec{F}$  sobre o foguete, como a força peso, então a Segunda Lei de Newton fornece:

$$\frac{d\vec{P}_{fog}}{dt} = -\dot{m}_{comb} \cdot (\vec{V}_{exaus} + \vec{v}) + \vec{F} \quad (30)$$

$$\frac{d\vec{P}_{fog}}{dt} = \frac{m \cdot d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \cdot \frac{dm}{dt} \quad (31)$$

$$\frac{m \cdot d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \cdot \frac{dm}{dt} = -\dot{m}_{comb} \cdot (\vec{V}_{exaus} + \vec{v}) + \vec{F} \quad (32)$$

$$\frac{m \cdot d\vec{v}}{dt} = -\dot{m}_{comb} \cdot \vec{V}_{exaus} + \vec{F} \quad (33)$$

Comparando com a equação encontrada através da Primeira Lei da Termodinâmica:

$$-\dot{m}_{comb} \cdot \vec{V}_{exaus} = \dot{m}_{comb} \cdot \vec{V}_{exaus} \quad (34)$$

Força de exaustão = Força de empuxo

$$\vec{F} = -\rho AC \cdot \frac{\dot{x}(t)^2}{2} - (M_0 + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t) - \frac{GM_{terra}}{(R + x(t))^2} \quad (35)$$

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = \dot{m}_{comb} \cdot \vec{V}_{exaus} + \vec{F} \quad (36)$$

$$(M_0 + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t) \cdot \ddot{x}(t) = -\rho Ac \cdot \frac{\dot{x}(t)^2}{2} + V_{exaus} \cdot \dot{m}_{comb}$$

$$-(M_0 + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t) \cdot \left( \frac{GM_{terra}}{(R+x(t))^2} \right) \quad (37)$$

Neste ponto observa-se que foi encontrada uma equação que envolve as derivadas de uma função desconhecida de uma variável, conhecida também como E.D.O (Equação Diferencial Ordinária). (9)

## 4.4 SIMULAÇÃO DO LANÇAMENTO DO FOGUETE

Através da Equação Diferencial Ordinária (E.D.O) deu-se início à resolução do problema envolvendo o método da modelagem matemática para a simulação do lançamento do foguete.

$$(M_0 + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t) \cdot \ddot{x}(t) = -\rho AC \cdot \frac{\dot{x}(t)^2}{2} - (M_0 + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t) - \frac{GM_{terra}}{(R+x(t))^2} \quad (38)$$

Classificando a E.D.O obtemos:

- Equação não linear de 2ª ordem
- Não homogênea
- Não constante

Depois de pesquisas de resolução da E.D.O foi descoberto que não existe um método analítico de resolução. Então chegou-se a conclusão que a resolução da E.D.O seria por elementos finitos, pois esse método resolve equações de análise térmica, acústica, dinâmica, eletromagnética e de fluídos para casos mais simples de comportamento linear, o que atende as necessidades do projeto proposto. (10)

## 4.5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

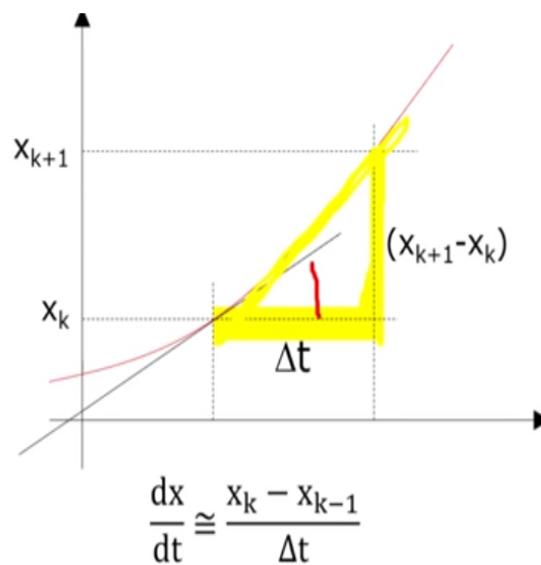
Simulação computacional são técnicas matemáticas, usadas em computadores onde é permitido imitar o desempenho, construir teorias, além de, estudar e prever o comportamento de reações de determinados processos do mundo real através de modelos. Na grande maioria dessas análises são utilizados softwares computacionais que utilizam o Método dos Elementos, que possibilita a obtenção de respostas para inúmeros problemas de engenharia. (11)

Esse método objetiva que um número infinito de variáveis desconhecidas seja substituídas por um número limitado de elementos de comportamento preciso, que são obtidos através da divisão da geometria. (11)

Essas divisões podem ser de diversos modelos, tais como quadrilateral, triangular, entre outras, em função das características do problema que se tem. Os elementos resultantes dessa divisão são conectados entre si. Deve se destacar que os comportamentos físicos descritos através desse método não serão resolvidos de maneira exata mas sim de uma forma aproximada. (12)

A exatidão do Método dos Elementos Finitos resulta da quantidade de elementos. Ou seja, quanto menor for o tamanho e maior for o número deles, maior a precisão nos resultados de análise. (12)

Figura 6 – Divisão triangular



Fonte: Próprios autores

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} \quad (39)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta T} \quad (40)$$

$$\dot{x} = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta T} = \frac{x_k - x_{k-1}}{\Delta T} \quad (41)$$

$$\ddot{x}(t) = \left( \frac{x_{k+1} - 2x_k + x_{k-1}}{\Delta T^2} \right) \quad (42)$$

Assim, substitui-se a parcela  $\frac{\dot{x}(t)^2}{2}$  da equação 38 por:

$$\dot{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x_k - x_{k-1}}{\Delta T}^2 \quad (43)$$

Substituindo os termos 43 e 42 na equação 38 conclui-se com a equação:

$$\begin{aligned} & (M_0 + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t) \cdot \left( \frac{x_{k+1} - 2x_k + x_{k-1}}{\Delta T^2} \right) = \\ & -\rho AC \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{x_k - x_{k-1}}{\Delta T} \right)^2 - (M_0 + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t) - \frac{GM_{terra}}{(R+x_k)^2} \quad (44) \end{aligned}$$

No Apêndice 7 encontra-se a forma com que a 44 é utilizada para fins da simulação.

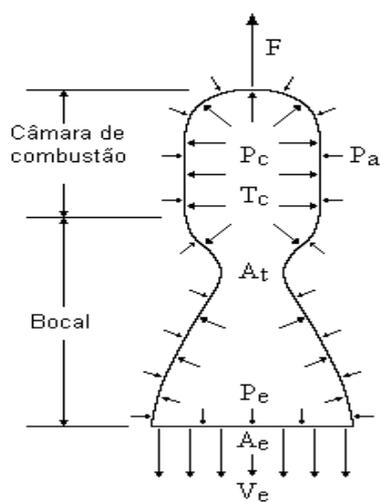
## 4.6 CÂMARA DE COMBUSTÃO

Quanto maior a pressão na câmara de combustão maior a temperatura e consequentemente, maior a  $V_{exaus}$ . De interesse do projeto, seria melhor uma maior pressão e uma maior temperatura, porém, se houver muita pressão será preciso paredes muito grossas e como resultado uma câmara muito pesada, o que acaba penalizando no aumento do peso do foguete.

A câmara é a responsável por acelerar, inicialmente, os gases que serão expelidos, responsáveis pelo empuxo do foguete. É onde se injeta combustível e oxidante para que possa ocorrer a reação de combustão de forma a converter a energia contida em suas ligações químicas em energia térmica e cinética. Apesar da câmara de combustão acelerar os gases que nela entram através da reação entre combustível e oxidante, a velocidade que os produtos de combustão adquirem ainda é relativamente pequena comparada com a velocidade necessária para gerar o empuxo que o foguete necessita. Desta forma, o bocal de escoamento acelera estes gases.

A queima do gás produz pressão em todas as direções. A câmara de combustão não se move em nenhuma direção devido as forças nas paredes opostas que se anularem. Quando é colocado o bocal na câmara onde os gases escapam, ocorre um desequilíbrio. A pressão exercida nas paredes laterais opostas continuará não produzindo força, pois a pressão exercida de um lado anula a do outro. Já a pressão exercida na parte superior da câmara produz empuxo, pois não tem pressão onde está o bocal.

Figura 7 – Câmara de combustão e bocal



Fonte: Próprios autores

## 5 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

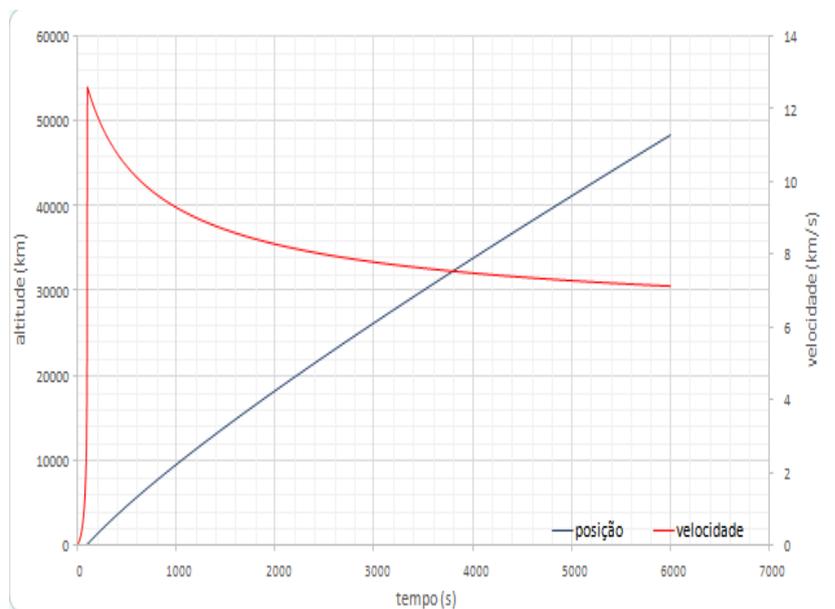
Com os parâmetros das Tabelas 2 e 3 que podem ser encontradas no apêndice, foram desenvolvidas simulações da velocidade e posição do lançamento do foguete mostradas através dos gráficos das Figuras 8 e 9, onde foram apresentados e discutidos a seguir.

O gráfico da Figura 8 valida os resultados da Tabela 2, e apresenta a simulação do lançamento do foguete Saturno V quando o mesmo consegue superar a velocidade de escape de 11,2 km/s e sai da órbita terrestre.

O gráfico foi dividido em duas curvas, e em três eixos sendo eles a altitude ( $km$ ), tempo ( $s$ ) e velocidade ( $km/s$ ). A curva vermelha, representa na tabela a velocidade ( $km/s$ ) em um tempo ( $t$ ), e a curva amarela a altitude ( $km$ ) em um tempo ( $t$ ).

Durante um certo tempo o foguete acelera alcançando uma velocidade máxima de aproximadamente 13 km/s, superando a velocidade de escape orbital. Assim, quando a queima do seu combustível chega ao fim a sua velocidade decresce moderadamente, mas tende assintoticamente a um valor e conseqüentemente se afasta da Terra.

Figura 8 – Gráfico de Simulação 1

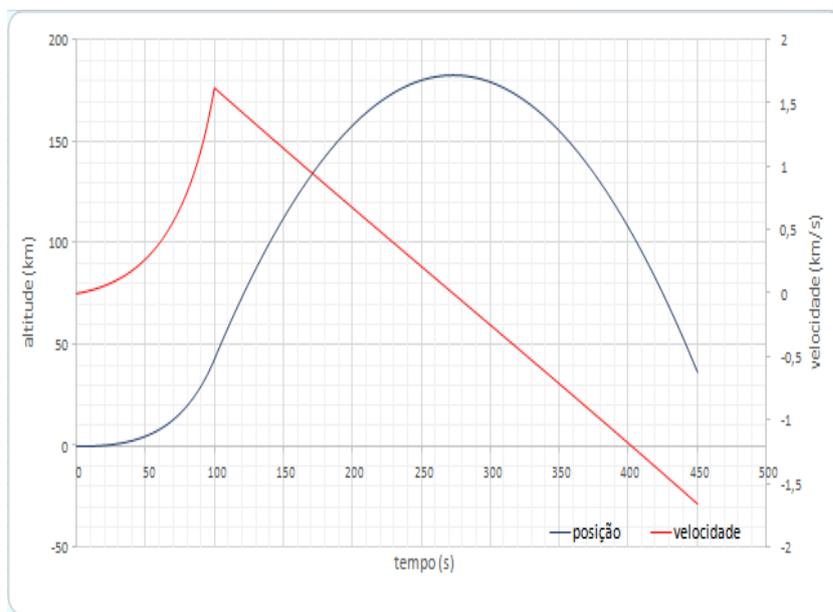


Fonte: Próprios autores

O gráfico da Figura 9 apresenta a simulação do lançamento do foguete Saturno V quando o mesmo não consegue superar a velocidade de escape de 11,2 km/s, como pode ser analisado na curva vermelha, não conseguindo sair da órbita terrestre.

Foi modificado o peso ( $M_0$ ) do foguete na Tabela 3 que podem ser encontradas no apêndices, para mostrar no gráfico da simulação que um peso maior faz com que sua velocidade diminua e o foguete caia até o solo, como mostrado na curva amarela. Para obter alta velocidade o foguete deve ser leve.

Figura 9 – Gráfico de Simulação 2



Fonte: Próprios autores

## 6 CONCLUSÃO

O projeto teve como objetivo principal, a simulação do lançamento do foguete Saturno V, considerado até hoje o maior e mais potente foguete já lançado para fora da órbita terrestre. O tema proposto pode ser considerado um assunto de pouco conhecimento, porém de grande curiosidade.

Foram encontrados desafios como, a ausência de dados reais disponibilizados pela agência NASA (National Aeronautics and Space Administration), a qual é responsável pelo lançamento desse foguete. E na elaboração da tabela de simulação, para selecionar os dados relevantes para a conclusão da mesma.

Como uma simulação imita aspectos da realidade, os valores utilizados para tal foram fictícios porém mantendo coerência em relação aos dados reais.

Da modelagem matemática surgiu a Equação Diferencial Ordinária que teve considerável importância para a simulação. Por fim, pode-se observar nos gráficos das Figuras 8 e 9 que o projeto atendeu ao objetivo proposto, concluindo que o peso e a velocidade do foguete são inversamente proporcionais, ou seja, quanto maior o peso menor a velocidade.

# REFERÊNCIAS

- 1 TATE, K. *NASA's Mighty Saturn V Moon Rocket Explained (Infographic)*. Disponível em: <<https://www.space.com/18422-apollo-saturn-v-moon-rocket-nasa-infographic.html>>. Citado 4 vezes nas páginas 7, 8, 9 e 10.
- 2 CHWIF, L.; MEDINA, A. C. *Modelagem e simulação de eventos discretos*. [S.l.]: Afonso C. Medina, 2006. Citado na página 7.
- 3 TAYLOR, S. T. *Introducion to Rocket Science and Engineering*. [S.l.: s.n.], 2009. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 9.
- 4 NASA testa nave de escape de astronautas, 08 setembro 2009. Disponível em: <<http://www.inovacaotecnologica.com.br/noticias/noticia.php?artigo=nasa-testanave-escape-astronautas&id=010130090708>>. Citado na página 8.
- 5 ZANETIC, J. Física e arte: uma ponte entre duas culturas. *Pro-posições*, v. 17, n. 1, p. 39–57, 2006. Citado na página 13.
- 6 SELEGHIM, P. *Termodinâmica: T5bis Rocket Simulation/ Equação de balanço para volumes de controle 2/2*. Disponível em: <[https://www.youtube.com/watch?v=1jll0UbZ4D4&list=PLmho8Rcnd60fFdZ1oItM7\\_lt43L4Po8Fi&index=8](https://www.youtube.com/watch?v=1jll0UbZ4D4&list=PLmho8Rcnd60fFdZ1oItM7_lt43L4Po8Fi&index=8)>. Citado na página 13.
- 7 CENGEL Y.A; BOLES, M. *Termodinâmica*. 7. ed. [S.l.]: Bookman, 2013. Citado na página 14.
- 8 HIBBELER, R. C. *Dinâmica: Mecânica par engenharia*. 12. ed. [S.l.]: Pearson Education, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.
- 9 ZILL, D. G. *Equações Diferenciais: com aplicações em modelagem*. 10. ed. [S.l.]: CENAGE Learning, 2016. Citado na página 20.
- 10 SILVA, J. B. C. *Simulação Numerica de Escoamento de Fluidos pelo Metodo dos Elementos Finitos Baseado em Volume de Controle*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, 1998. Disponível em: <[file:///C:/Users/Talita/Downloads/Silva\\_JoaoBatistaCampos\\_D.pdf](file:///C:/Users/Talita/Downloads/Silva_JoaoBatistaCampos_D.pdf)>. Citado na página 20.
- 11 GAVIRA, M. de O. *Simulação Computacional como uma Ferramenta de Aquisição de Conhecimento*. Dissertação (Mestrado), 2003. Disponível em: <<https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/40681123/Gavira1.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1543957539&Signature=hEb55%2BnkJA7XnOpXp8QuFOVSocU%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DIdeias.pdf>>. Citado na página 20.
- 12 GUILHERME, J. *Elementos Finitos: O que e? quando utilizar? quais são os beneficios?* Disponível em: <<http://ensur.com.br/elementos-finitos-quais-os-beneficios/>>. Citado na página 21.

# Apêndices

# APÊNDICE A –

Apêndice 1= Cálculo da velocidade orbital

$$E_i = E_f$$

$$K_i + U_{gi} = K_f + U_{gf}$$

$$\frac{1}{2} \cdot (m) \cdot (v^2) - \frac{GMm}{R} = 0 - 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot (m) \cdot (v^2) = \frac{GMm}{R}$$

$$(v^2) = \frac{GMm}{R} \cdot \frac{2}{m}$$

$$(v^2) = \frac{2GM}{R}$$

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (66,73 \cdot 10^{-12}) \cdot (5,972 \cdot 10^{24})}{(6,371 \cdot 10^6)}}$$

$$v \cong 11,2 \text{ km/s (A.45)}$$

Apêndice 2= Densidade do ar seco

A densidade do ar seco pode ser calculada usando a Lei dos Gases Ideais e a constante dos gases ideais, expressa como função da temperatura e da pressão:

$$\rho = \frac{P_{bar} \cdot 100000}{\frac{R_{gas}}{T^\circ + 273}} \quad (\text{A.46})$$

Apêndice 3= Função modelada:  $V_{exaus}$

Para efeitos da simulação considere que o combustível  $C_2H_5OH$  (etanol) e o comburente  $O_2$  (oxigênio) já estejam reagidos a priori e os gases estejam armazenados a um tanque de gases a pressão e temperatura constantes no foguete, onde existe um sistema de pressurização que faz com que isso aconteça.

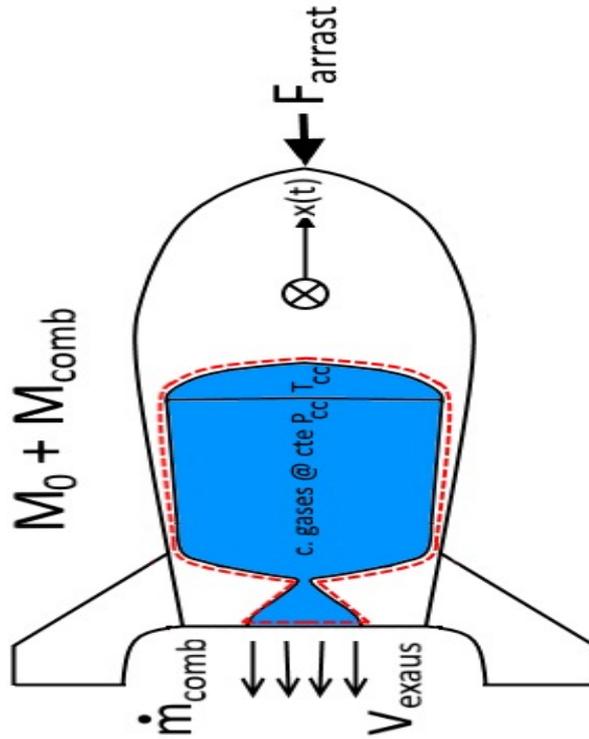
Reação química dos gases de combustão:

- 1-  $C_2H_5OH + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$
- 2-  $C_2H_5OH + 3 \cdot O_2 \rightarrow 2 \cdot CO_2 + 3 \cdot H_2O$

$2 \cdot CO_2 + 3 \cdot H_2O$  mistura de gases mantidos a pressão e temperatura constantes na câmara de combustão.

De acordo com a Primeira Lei da Termodinâmica  $\Delta U = Q - W$ :

Figura 10 – Sistema câmara de combustão



Fonte: Próprios autores

$$h(P_{cc}, T_{cc}) - h(P_{amb}, T_{exaus}) - \frac{(V_{exaus})^2}{2} = 0 - 0 \quad (A.47)$$

$$h(P_{cc}, T_{cc}) = h(P_{amb}, T_{exaus}) + \frac{(V_{exaus})^2}{2} \quad (A.48)$$

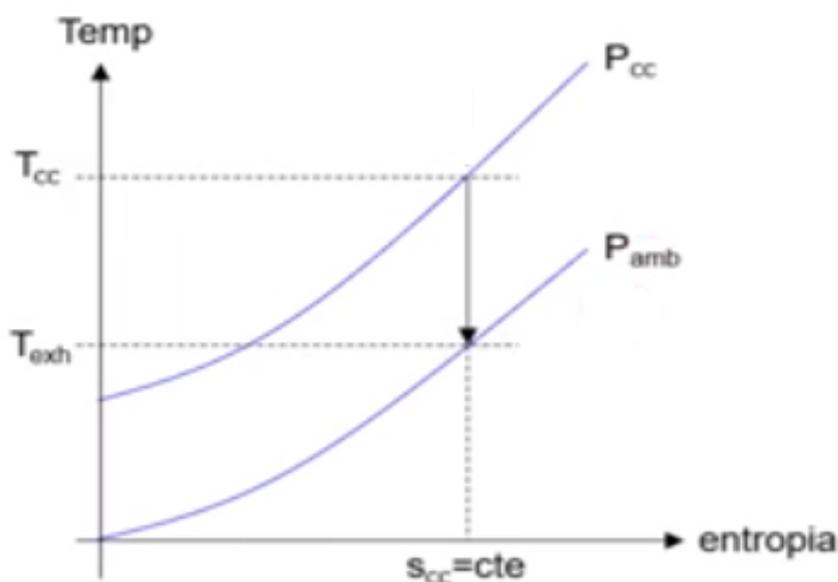
$$V_{exaus} = \sqrt{2[h(P_{cc}, T_{cc}) - h(P_{amb}, T_{exaus})]} \quad (A.49)$$

$$T_{exaus} = temperatura(P_{amb}, S_{cc}) \quad (A.50)$$

Quando os gases vão passar pelo bocal para aumentar a velocidade, é considerado que não haverá atrito nas paredes, nem entre as lâminas de fluidos e também que não haverá nem perda nem ganho de calor. Assim, a expansão será isentrópica até a pressão

ambiente que no lançamento do foguete tem grande variação. A expansão isentrópica é uma transformação termodinâmica onde a entropia do sistema se mantém constante.

Figura 11 – Diagrama t vs s



Fonte: Próprios autores

#### Apêndice 4= Pressão atmosférica

A pressão atmosférica é o peso que o ar exerce sobre a superfície terrestre. Sua manifestação está diretamente relacionada à força da gravidade e à influência que essa realiza sobre as moléculas gasosas que compõem a atmosfera. Assim, a pressão atmosférica sofre variações conforme as altitudes ( $d$ ) e as condições de temperatura do ar.

$$1 \cdot e^{\frac{-9,8 \cdot x_k}{R_{gas} T_0 + 273}} \tag{A.51}$$

#### Apêndice 5= Velocidade média do foguete

Velocidade é uma medida que descreve a movimentação de um corpo em um determinado espaço ( $\Delta s$ ) e tempo ( $\Delta t$ ).

$$V_{med} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{A.52}$$

A velocidade média do foguete então é calculada por:

$$V_k = \frac{x_{k+1} - x_{k-1}}{\frac{2}{dt}} \tag{A.53}$$

#### Apêndice 7= Função posição

Explicitando o próximo valor de x em função dos anteriores, então isola-se  $x_{k+1}$  na função:

$$x_{k+1} = 2 \cdot x_k - x_{k-1} - \frac{\Delta t^2}{[M_0 + M_{comb} - \dot{m}_{comb} \cdot t]} \cdot \left( \rho AC \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{x_k - x_{k-1}}{\Delta t} \right)^2 - V_{exaus} \cdot \dot{m}_{comb} \right) \tag{A.54}$$

Para fim dos cálculos demonstrados nas Tabelas 2 e 3, os valores anteriores  $x_k$  e  $x_{k-1}$  são inicialmente as condições originárias do início do movimento do foguete, onde, ele está parado em uma posição inicial.

Tabelas:

Tabela 2 – Tabela de Simulação 1

Mzero	1000 kg	k	t	mcomb	M(t)	T (°C)	P (bar)	ρ (kg/m³)	Vexaus	sk-1	sk	sk+1	vk	km	km/h	Fgrav	Fprop	Fatiri
Mcomb	250000 kg	0	0	2500	251000	25	1	1,1692	1403	6,63574	0	6,63574	0	0	0	251000	293489	0
mcomb	2500 kg/s	1	2	2500	246000	24,94	0,9992	1,1686	1403,1	0	6,63574	31,1081	7,77702	0,00664	0,00778	246000	293489	35,266
Tqeima	100 s	2	4	2500	241000	24,72	0,9964	1,1662	1403,3	6,63574	31,1081	74,6083	16,9331	0,03111	0,01639	240938	293489	167,756
		3	6	2500	236000	24,329	0,9915	1,1619	1403,7	31,1081	74,6083	138,383	26,8188	0,07461	0,02682	235995	293489	415,58
omb.gases	carbon dioxide	4	8	2500	231000	23,755	0,9842	1,1556	1404,2	74,6083	138,383	223,739	37,2828	0,13838	0,03728	230990	293489	797,303
P.cte	100 bar	5	10	2500	226000	22,986	0,9745	1,1472	1404,9	138,383	223,739	332,046	48,4158	0,22374	0,04842	225984	293489	1332,08
Tcc	800 °C	6	12	2500	221000	22,012	0,9623	1,1365	1405,7	223,739	332,046	464,742	60,2506	0,33205	0,06025	220977	293489	2039,28
		7	14	2500	216000	20,817	0,9474	1,1235	1406,8	332,046	464,742	623,336	72,8224	0,46474	0,07282	215969	293489	2937,92
		8	16	2500	211000	19,39	0,9298	1,108	1408,1	464,742	623,336	809,417	86,1688	0,62334	0,08617	210959	293489	4046,06
		9	18	2500	206000	17,715	0,9093	1,0898	1409,6	623,336	809,417	1024,66	100,331	0,80942	0,10033	205948	293489	5379,86
		10	20	2500	201000	15,778	0,8859	1,0689	1411,4	809,417	1024,66	1270,82	115,351	1,02466	0,11535	200935	293489	6952,61
		11	22	2500	196000	13,563	0,8595	1,045	1413,4	1024,66	1270,82	1549,77	131,278	1,27082	0,13128	195922	293489	8773,32
		12	24	2500	191000	11,052	0,83	1,0181	1415,6	1270,82	1549,77	1863,47	148,162	1,54977	0,14816	190907	293489	10845,2
		13	26	2500	186000	8,2288	0,7975	0,9881	1418,1	1549,77	1863,47	2214	166,058	1,86347	0,16606	185891	293489	13163,6
r_exaustão	1150,4776 m/s	14	28	2500	181000	5,074	0,762	0,9547	1421	1863,47	2214	2603,58	185,027	2,214	0,18503	180874	293489	15714,1
p_exaustão	1,2700212 kJ/kgK	15	30	2500	176000	1,5678	0,7234	0,918	1424,1	2214	2603,58	3034,54	205,135	2,60358	0,20514	175856	293489	18469,3
		16	32	2500	171000	-2,3109	0,682	0,8778	1427,6	2603,58	3034,54	3509,39	226,454	3,03454	0,22645	170837	293489	21386,8
		17	34	2500	166000	-6,5845	0,6378	0,8341	1431,3	3034,54	3509,39	4030,8	249,065	3,50939	0,24906	165817	293489	24405,1
ρ ACx	1 kg/m	18	36	2500	161000	-11,277	0,591	0,7868	1435,5	3509,39	4030,8	4601,61	273,054	4,0308	0,27305	160797	293489	27441
Lapse Rate	9 °C/km	19	38	2500	156000	-16,415	0,5421	0,7361	1440	4030,8	4601,61	5224,89	298,522	4,60161	0,29852	155775	293489	30386,6
		20	40	2500	151000	-22,024	0,4912	0,682	1445	4601,61	5224,89	5903,92	325,576	5,22489	0,32558	150753	293489	33106,4
Ttotal	2000 s	21	42	2500	146000	-28,135	0,439	0,6247	1450,3	5224,89	5903,92	6642,25	354,34	5,90392	0,35434	145730	293489	35437,3
N#	1000	22	44	2500	141000	-34,78	0,3859	0,5645	1456,2	5903,92	6642,25	7443,73	384,954	6,64225	0,38495	140707	293489	37190,1
dt	2 s	23	46	2500	136000	-41,994	0,3328	0,5019	1462,4	6642,25	7443,73	8312,54	417,573	7,44373	0,41757	135683	293489	38155,9
eps	1,00E-08 m	24	48	2500	131000	-49,813	0,2803	0,4376	1469,2	7443,73	8312,54	9253,24	452,378	8,31254	0,45238	130659	293489	38119,5
relax	0,1	25	50	2500	126000	-58,279	0,2296	0,3725	1476,5	8312,54	9253,24	10270,8	489,572	9,25324	0,48957	125635	293489	37186,8
		26	52	2500	121000	-65	0,1852	0,3103	1482,3	9253,24	10270,8	11370,6	529,343	10,2708	0,52934	120611	293489	36292,8
		27	54	2500	116000	-65	0,1546	0,259	1482,3	10270,8	11370,6	12557,9	571,761	11,3706	0,57176	115587	293489	34843,9
G	6,67E-11 Nm²/kg	28	56	2500	111000	-65	0,1273	0,2132	1482,3	11370,6	12557,9	13838,4	616,937	12,5579	0,61694	110564	293489	32876,6
MT	5,96E+24 kg	29	58	2500	106000	-65	0,1031	0,1728	1482,3	12557,9	13838,4	15218,4	665,138	13,8384	0,66514	105541	293489	30467,4
R	6,37E+06 m	30	60	2500	101000	-65	0,0822	0,1377	1482,3	13838,4	15218,4	16705	716,665	15,2184	0,71666	100519	293489	27711,2
		31	62	2500	96000	-65	0,0644	0,1079	1482,3	15218,4	16705	18305,9	771,863	16,705	0,77186	95498,6	293489	24715,5
Hmax	182,60627 km	32	64	2500	91000	-65	0,0495	0,083	1482,3	16705	18305,9	20029,6	831,133	18,3059	0,83113	90479,3	293489	21594,3
		33	66	2500	86000	-65	0,0373	0,0625	1482,3	18305,9	20029,6	21885,6	894,939	20,0296	0,89494	85461,8	293489	18460,9
Tzero	25 °C	34	68	2500	81000	-65	0,0275	0,0461	1482,3	20029,6	21885,6	23884,9	963,827	21,8856	0,96383	80446,4	293489	15421,5
Pzero	1 bar	35	70	2500	76000	-65	0,0198	0,0332	1482,3	21885,6	23884,9	26039,4	1038,44	23,8849	1,03844	75433,4	293489	12569,6
Fgas	287 J/kgK	36	72	2500	71000	-65	0,0139	0,0233	1482,3	23884,9	26039,4	28363,1	1119,57	26,0394	1,11957	70423,2	293489	9975,81
		37	74	2500	66000	-65	0,0095	0,0159	1482,3	26039,4	28363,1	30872	1208,15	28,3631	1,20815	65416,3	293489	7695,1

Fonte: Próprios autores

Tabela 3 – Tabela de Simulação 2

		k	t	ncomt	M(t)	T (C)	P (bar)	ρ (kg/m3)	Vexaus	sk-1	sk	sk+1	vk	km	km/h	Fgrav	Fprop	Fatrl
Mzero	50000 kg	0	0	2500	300000	25	1	1,1692	1403	-0,0048	0	-0,00479	0	0	0	300000	293489	0
Mcomb	250000 kg	1	0,15	2500	299625	25	1	1,1692	1403	0	-0,0048	0,03333	0,1111	-5E-06	0,00011	299625	293489	0,00722
mcomb	2500 kg/s	2	0,3	2500	299250	25	1	1,1692	1403	-0,0048	0,03333	0,11467	0,3982	3,3E-05	0,0004	299250	293489	0,0927
Tqueima	100 s	3	0,45	2500	298875	24,999	1	1,1692	1403	0,03333	0,11467	0,23958	0,6875	0,00011	0,00069	298875	293489	0,27632
omb.gases	carbon dioxide	4	0,6	2500	298500	24,998	1	1,1692	1403	0,11467	0,23958	0,40838	0,97901	0,00024	0,00098	298500	293489	0,56032
Pcte	100 bar	5	0,75	2500	298125	24,996	1	1,1692	1403	0,23958	0,40838	0,6214	1,27274	0,00041	0,00127	298125	293489	0,94696
Tcc	800 C	6	0,9	2500	297750	24,994	0,9999	1,1692	1403	0,40838	0,6214	0,87899	1,56869	0,00062	0,00157	297750	293489	1,43852
		7	1,05	2500	297375	24,992	0,9999	1,1691	1403,1	0,6214	0,87899	1,18146	1,86687	0,00088	0,00187	297375	293489	2,03731
		8	1,2	2500	297000	24,989	0,9999	1,1691	1403,1	0,87899	1,18146	1,52917	2,16729	0,00118	0,00217	297000	293489	2,74567
		9	1,35	2500	296625	24,986	0,9998	1,1691	1403,1	1,18146	1,52917	1,92244	2,46994	0,00153	0,00247	296625	293489	3,56594
		10	1,5	2500	296250	24,983	0,9998	1,169	1403,1	1,52917	1,92244	2,36162	2,77484	0,00192	0,00277	296250	293489	4,5005
		11	1,65	2500	295875	24,979	0,9997	1,169	1403,1	1,92244	2,36162	2,84704	3,08199	0,00236	0,00308	295875	293489	5,55174
		12	1,8	2500	295500	24,974	0,9997	1,169	1403,1	2,36162	2,84704	3,37904	3,3914	0,00285	0,00339	295500	293489	6,72211
		13	1,95	2500	295125	24,97	0,9996	1,1689	1403,1	2,84704	3,37904	3,95796	3,70307	0,00338	0,0037	295125	293489	8,01403
r_exaustão	1150,4776 m/s	14	2,1	2500	294750	24,964	0,9995	1,1688	1403,1	3,37904	3,95796	4,58415	4,01702	0,00396	0,00402	294750	293489	9,42998
p_exaustão	1,2700212 kJ/kgK	15	2,25	2500	294375	24,959	0,9995	1,1688	1403,1	3,95796	4,58415	5,25793	4,33324	0,00458	0,00433	294375	293489	10,9725
Aerodinâmica		16	2,4	2500	294000	24,953	0,9994	1,1687	1403,1	4,58415	5,25793	5,97967	4,65174	0,00526	0,00465	294000	293489	12,644
ρ ACx	1 kg/m	17	2,55	2500	293625	24,946	0,9993	1,1686	1403,1	5,25793	5,97967	6,7497	4,97254	0,00598	0,00497	293625	293489	14,4471
Lapse Rate	9 C/km	18	2,7	2500	293250	24,939	0,9992	1,1686	1403,1	5,97967	6,7497	7,56836	5,29563	0,00675	0,0053	293250	293489	16,3843
simulação		19	2,85	2500	292875	24,932	0,9991	1,1685	1403,1	6,7497	7,56836	8,436	5,62102	0,00757	0,00562	292874	293489	18,4583
Ttotal	150 s	20	3	2500	292500	24,924	0,999	1,1684	1403,1	7,56836	8,436	9,35297	5,94872	0,00844	0,00595	292499	293489	20,6717
N#	1000	21	3,15	2500	292125	24,916	0,9989	1,1683	1403,1	8,436	9,35297	10,3196	6,27873	0,00935	0,00628	292124	293489	23,027
dt	0,15 s	22	3,3	2500	291750	24,907	0,9988	1,1682	1403,1	9,35297	10,3196	11,3363	6,61107	0,01032	0,00661	291749	293489	25,527
eps	1,00E-08 m	23	3,45	2500	291375	24,898	0,9987	1,1681	1403,1	10,3196	11,3363	12,4033	6,94574	0,01134	0,00695	291374	293489	28,1743
relax	0,1	24	3,6	2500	291000	24,888	0,9986	1,168	1403,1	11,3363	12,4033	13,5211	7,28273	0,0124	0,00728	290999	293489	30,9717
		25	3,75	2500	290625	24,878	0,9985	1,1679	1403,2	12,4033	13,5211	14,69	7,62207	0,01352	0,00762	290624	293489	33,9218
		26	3,9	2500	290250	24,868	0,9983	1,1678	1403,2	13,5211	14,69	15,9102	7,96376	0,01469	0,00796	290249	293489	37,0275
G	6,67E-11 Nm2/kg	27	4,05	2500	289875	24,857	0,9982	1,1677	1403,2	14,69	15,9102	17,1823	8,3078	0,01591	0,00831	289874	293489	40,2915
MT	5,96E+24 kg	28	4,2	2500	289500	24,845	0,998	1,1675	1403,2	15,9102	17,1823	18,5065	8,6542	0,01718	0,00865	289499	293489	43,7167
R	6,37E+06 m	29	4,35	2500	289125	24,833	0,9979	1,1674	1403,2	17,1823	18,5065	19,8832	9,00297	0,01851	0,009	289123	293489	47,3058
		30	4,5	2500	288750	24,821	0,9977	1,1673	1403,2	18,5065	19,8832	21,3127	9,35411	0,01988	0,00935	288748	293489	51,0617
Hmax	182,60627 km	31	4,65	2500	288375	24,808	0,9976	1,1671	1403,2	19,8832	21,3127	22,7955	9,70763	0,02131	0,00971	288373	293489	54,9873
		32	4,8	2500	288000	24,795	0,9974	1,167	1403,2	21,3127	22,7955	24,3318	10,0635	0,0228	0,01006	287998	293489	59,0855
Tzero	25 C	33	4,95	2500	287625	24,781	0,9972	1,1668	1403,2	22,7955	24,3318	25,922	10,4218	0,02433	0,01042	287623	293489	63,3592
Pzero	1 bar	34	5,1	2500	287250	24,767	0,997	1,1667	1403,3	24,3318	25,922	27,5666	10,7825	0,02592	0,01078	287248	293489	67,8114
Pgas	287 J/kgK	35	5,25	2500	286875	24,752	0,9968	1,1665	1403,3	25,922	27,5666	29,2657	11,1457	0,02757	0,01115	286873	293489	72,4451
		36	5,4	2500	286500	24,737	0,9966	1,1663	1403,3	27,5666	29,2657	31,0199	11,5112	0,02927	0,01151	286498	293489	77,2633
		37	5,55	2500	286125	24,721	0,9964	1,1662	1403,3	29,2657	31,0199	32,8295	11,8791	0,03102	0,01188	286122	293489	82,2689

Fonte: Próprios autores