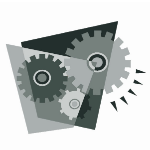
INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
MINAS GERAIS
Campus Avançado Conselheiro Lafaiete

NOÇÕES BÁSICAS SOBRE FUNÇÕES

Material didático produzido pelo
Professor Alexandre Correia Fernandes

Conselheiro Lafaiete, 2020.

Unidade 1:
Estudo das Funções



1.1 Um começo de conversa

Não é raro, durante nossas vidas, nos depararmos com situações em que podemos, de alguma forma, estabelecer um relacionamento entre grandezas. Por exemplo, o gasto com o celular pré-pago, durante um mês, depende da quantidade de minutos falados; a quantidade de tinta que se deve comprar depende da medida da área que se deseja pintar e o tempo gasto numa viagem entre duas cidades depende da velocidade adotada no percurso.

Essas e muitas outras situações podem ser mais bem compreendidas se fizermos uso de uma das melhores ferramentas matemáticas para a descrição da realidade: a **função**.

Nesta Unidade começaremos a mostrar como as funções e seus gráficos podem nos ajudar a formular modelos matemáticos úteis à análise e tomada de decisões acerca de fenômenos que acontecem no mundo real.

Ao final desta Unidade, você, leitor, deverá ter, não só o conhecimento desses conceitos, como também já deverá conseguir aplicá-los em algumas situações do cotidiano.

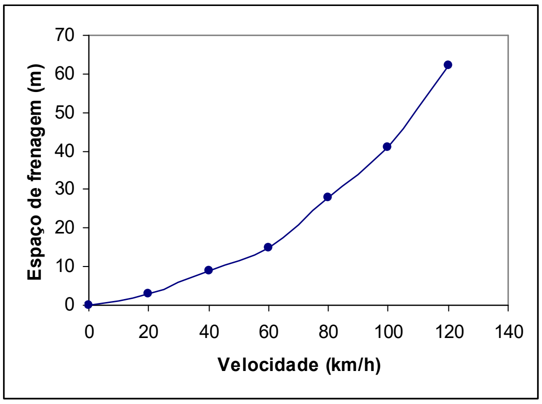
1.2 Ponto de partida - tópico gerador

Quando afirmamos, por exemplo, que o perímetro de um quadrado é igual ao valor da medida de seu lado multiplicado por quatro, estamos descrevendo verbalmente uma função cuja fórmula matemática correspondente pode ser dada por $y = 4.x$, em que a variável independente x corresponde à medida do lado e a variável dependente y corresponde ao perímetro do quadrado.

Além disso, consideremos os dados apresentados na seqüência:

Denomina-se **espaço de frenagem** a distância necessária para que um carro pare totalmente, após o acionamento do freio. A tabela abaixo apresenta dados acerca da velocidade de um certo modelo de automóvel, medida em km/h, e o respectivo espaço de frenagem.

Velocidade (km/h)	Espaço de frenagem (m)
0	0
20	3
40	9
60	15
80	28
100	41
120	62



Nota-se que, a partir da tabela, foi possível construir-se um gráfico que representa a função indicada por ela.

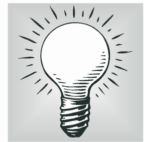
Pelo que fora apresentado, podemos concluir que há quatro maneiras distintas para se descrever uma função, a saber:

- descrição verbal;
- fórmula matemática;
- tabela de valores;
- gráfico

Também podemos perceber que essas formas não são mutuamente excludentes, uma vez que, de uma delas, podemos chegar às outras.

Mas será que toda relação entre grandezas representa uma função?

Esta pergunta terá sua resposta fundamentada na definição de função.



1.3 Em busca de informação

1.3.1 Definição de função

Antes de definirmos propriamente uma função, necessárias se fazem algumas definições prévias, a saber:

Dados dois conjuntos A e B, não vazios, denominamos **produto cartesiano** de A por B e indicamos por A x B o conjunto formado por todos os pares ordenados nos quais o primeiro elemento pertence ao conjunto A e o segundo elemento pertence ao conjunto B.

Lê-se: A cartesiano B

Dados dois conjuntos, A e B, não vazios, denominamos **relação binária** de A em B qualquer subconjunto do produto cartesiano A x B.

Geralmente chamamos de x os elementos do conjunto A e de y os elementos do conjunto B.

Exemplo 1

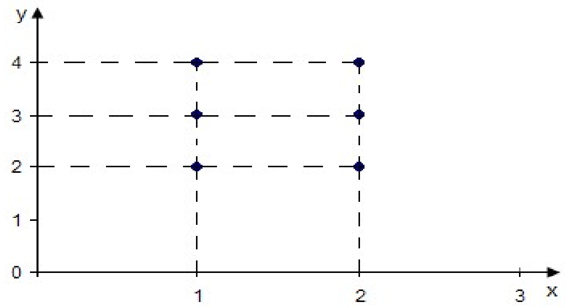
Sejam A = {1, 2} e B= {2, 3, 4}, determine:

a) A x B na forma tabular
b) A x B na forma gráfica
c) Os pares ordenados pertencentes à relação R dada por $R = \{(x,y) \in A \times B \mid y = 2x\}$

Solução

a) A x B = { (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4)}.

b)



c) R = {(1,2), (2, 4)}, uma vez que, entre os seis pares ordenados de A x B, somente nesses verificamos que o valor de y é o dobro do valor de x.

> Uma **função** (ou aplicação) *f* é uma lei segundo a qual cada elemento x em um conjunto A está associado a *exatamente um* elemento, chamado *f* (x), em um conjunto B.

O número x é chamado de **variável independente**. O conjunto A, formado por todos os valores de x para os quais a lei *f* é possível, é chamado de **domínio** da função.

O conjunto B é denominado **contradomínio** da função. É nele que estão os elementos que podem corresponder aos elementos de A.

Segundo a definição, cada elemento x do domínio tem um correspondente y = *f* (x) no contradomínio, denominado imagem de x pela função *f*. Ao conjunto de todos os valores de y correspondentes a valores de x damos o nome de **conjunto imagem** da função.

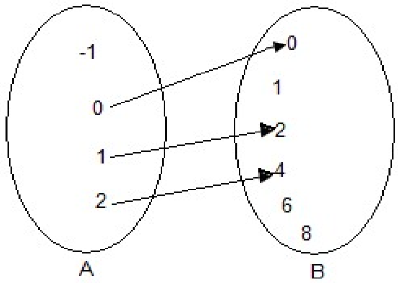
Como nem toda relação entre x e y é uma função, podemos utilizar um **diagrama de flechas** que certamente nos ajudará a definir se estamos ou não diante de uma função.

Exemplo 2

Sejam A = { –1, 0, 1, 2} e B = {0, 1, 2, 4, 6, 8} e as relações (a) *f*: A $\rightarrow$B e (b) *g*: A $\rightarrow$B expressas pelas fórmulas y = 2x e y = x^2, respectivamente, com x $\in$ A e y $\in$ B. Verifique se tais relações são ou não funções, justificando sua resposta. Em caso afirmativo, determine o domínio, o contradomínio e o conjunto imagem.

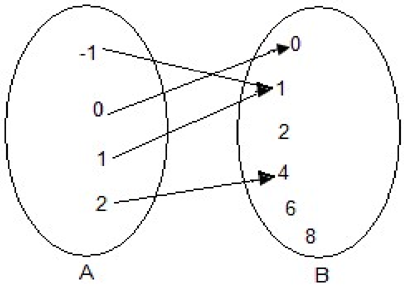
Resolução

(a)



f: A $\rightarrow$B expressa por y = 2x **não é função** pois há elemento de A (o número -1) que não está associado a um elemento de B.

(b)



g: A $\rightarrow$B expressa por y = x^2 **é função** porque que cada elemento de A está associado a um único elemento de B.

Domínio: D(*g*) = A = { –1, 0, 1, 2}

Contradomínio: CD(*g*) = B = {0, 1, 2, 4, 6, 8}

Imagem: Im(*g*) = {0, 1, 4}

1.3.2 Estudo do domínio de uma função

Ao definirmos uma função y = f(x) por uma fórmula e desejarmos fazer alguma restrição aos valores de x por motivo de contexto, devemos expressar o domínio dessa função de forma explícita. Caso contrário, o domínio será considerado como o maior conjunto de valores de x para os quais a fórmula fornece imagens reais.

Entendamos "restrições quanto ao contexto" como sendo restrições da variável independente para que a mesma faça sentido. Se x representa o raio de uma esfera, logicamente x deve ser positivo; da mesma forma, se x denota a quantidade de objetos produzidos e vendidos por uma empresa, x deve ser não negativo ($\geq$0).

Exemplo 3 – Determinar o domínio da função *f* dada por $f(x)=\dfrac{3x-2}{x^2-4}$.

Solução

O valor numérico de $\dfrac{3x-2}{x^2-4}$ só existe em **R** se $x^2 - 4 \neq 0$.

Dessa forma: D = {x$\in$ **R**| x $\neq$ –2 e x $\neq$ 2}, ou seja, D = **R** – {-2, 2}.

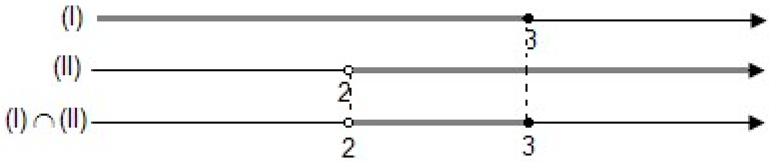
Exemplo 4 – Determinar o domínio da função $f(x)=\sqrt{3-x}+\dfrac{2x-1}{\sqrt{x-2}}$.

Solução

$\sqrt{3-x}$ só é possível se $3-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3$ (I)

$\sqrt{x-2}$ só é possível se $x-2>0 \Rightarrow x>2$ (II)

O domínio da função *f*(x) é dado pela interseção dos intervalos descritos por (I) e (II).



$\therefore$ D = $]2,3]$

1.3.3 Gráfico

Chamamos gráfico de uma função o conjunto de todos os pontos (x,y) do plano cartesiano com x $\in$ D (domínio da função) e y = *f*(x).

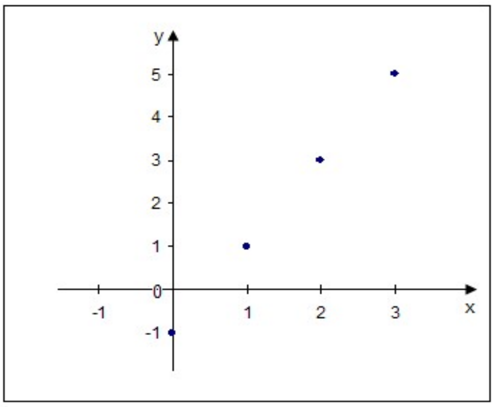
Geralmente consideramos os valores do domínio da função no eixo x (eixo das abscissas) e as respectivas imagens no eixo y (eixo das ordenadas).

Exemplo 5 – Construa o gráfico da função *f*: A $\rightarrow$ **R**, dada por y = 2x – 1, em que A = {0, 1, 2, 3}.

Solução

Podemos determinar a imagem para cada valor de x $\in$ A e, em seguida, plotar os pontos num plano cartesiano.

x	y = 2x –1	(x,y)
0	y = 2.0 –1 = –1	(0, –1)
1	1	(1, 1)
2	3	(2, 3)
3	5	(3, 5)



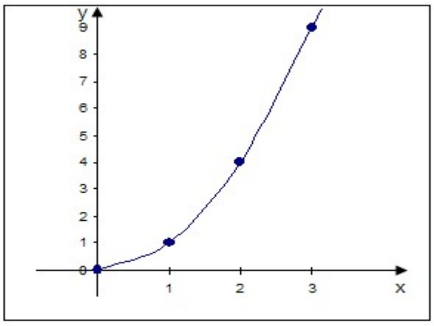
Mas, na construção da maioria dos gráficos, obviamente, é impossível determinar e marcar todos os pontos. Nesses casos, podemos obter um esboço do gráfico plotando alguns pontos e fazendo passar por eles uma curva suave.

Exemplo 6

A área (y) de um quadrado é uma função da medida (x) de seu lado dada pela fórmula $y = x^2$, $x \geq 0$. Construa um gráfico que represente essa função.

Solução

x	$y = x^2$	(x,y)
0	$y = 0^2 = 0$	(0, 0)
1	1	(1, 1)
2	4	(2, 4)
3	9	(3, 5)



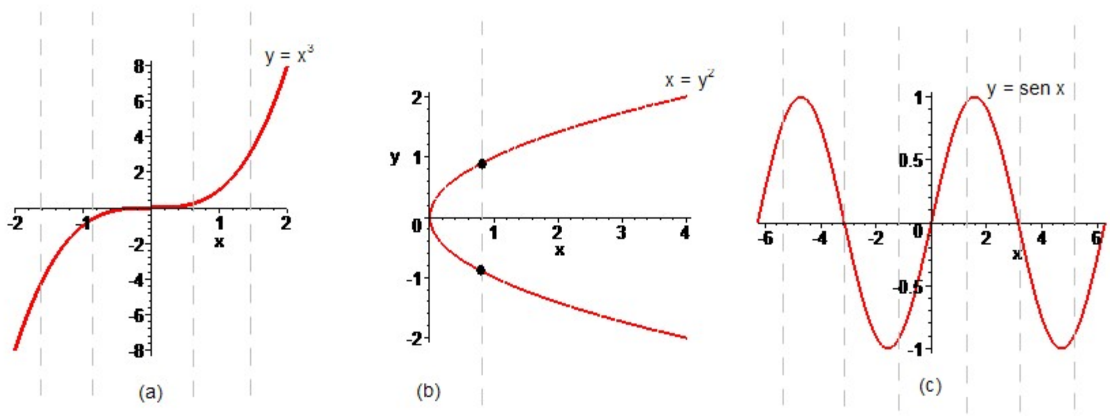
É possível verificar se um determinado gráfico representa ou não uma função.

Para tanto, fazemos uso do **Teste da reta vertical**, enunciado na seqüência:

> Para que uma curva num plano cartesiano seja gráfico de uma função $y = f(x)$, nenhuma reta vertical deve interceptá-la mais de uma vez.

Exemplo 7

Verifique quais dos gráficos apresentados abaixo representam funções:



(a) (b) (c)

Solução

Ao traçarmos as retas verticais por toda a extensão dos gráficos, verificamos que somente no gráfico (b) uma mesma reta interceptou a curva em mais de um ponto. Portanto, os gráficos (a) e (c) representam funções.

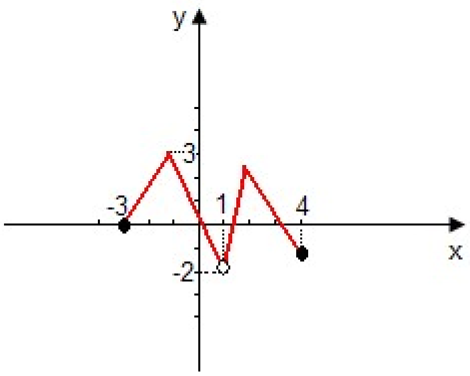
1.3.4 Determinação do domínio e imagem a partir do gráfico

Desde que conheçamos o gráfico de uma função, podemos, a partir dele, determinar seu domínio e seu conjunto imagem.

O domínio é formado pelas abscissas dos pontos do gráfico, ou seja, é formado pelo conjunto dos valores de x para os quais existe gráfico.

Analogamente, podemos afirmar que o conjunto imagem é constituído pelas ordenadas dos pontos do gráfico.

Exemplo 8 – Determine o domínio e a imagem da função representada pelo gráfico abaixo:



Solução

Projetando o gráfico sobre o eixo x obtemos:

$D = \{x \in \mathbf{R} \mid -3 \leq x \leq 4 \text{ e } x \neq 1\}$

Projetando o gráfico sobre o eixo y:

$Im = \{y \in \mathbf{R} \mid -2 < y \leq 3\}$

1.3.5 Raiz ou zero de uma função

> Seja *f* uma função de A em B. Denominamos raiz (ou zero) da função *f* todo elemento de A para o qual temos *f*(x) =0.

Geometricamente, as raízes de uma função correspondem às abscissas dos pontos de seu gráfico que interceptam o eixo x.

Exemplo 9 – Determinar as raízes da função $f(x) = x^3 - 3x^2 - 10x$.

Fazendo $f(x) = 0$, obtemos a equação

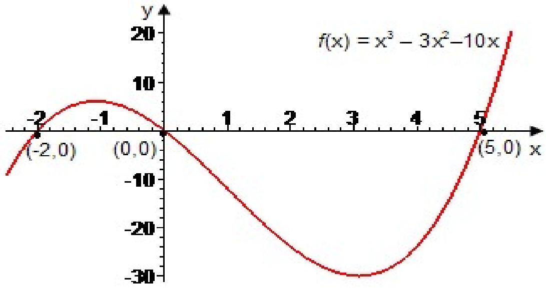
$x^3 - 3x^2 - 10x = 0$

$x^3 - 3x^2 - 10x = 0 \Rightarrow$

$x(x^2 - 3x - 10) = 0 \Rightarrow$

$x = 0$ ou $x^2 - 3x - 10 = 0$

Logo, as raízes são –2, 0 e 5.

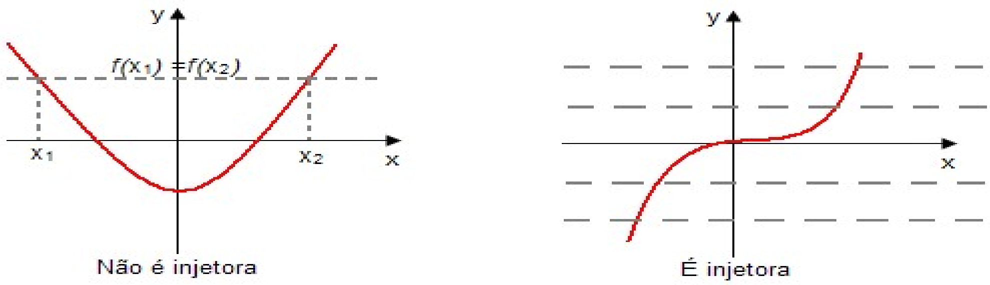


1.3.6 Qualidade de uma função

Podemos classificar funções em injetoras, sobrejetoras e bijetoras se satisfizerem a certas definições, a saber:

Uma função f: A $\rightarrow$B é dita **injetora** (ou injetiva) se, e somente se, quaisquer dois elementos distintos de seu domínio ($x_1 \neq x_2$) corresponderem a elementos distintos do conjunto B ($y_1 \neq y_2$).

Uma função $f(x)$ é injetora se nenhuma reta horizontal interceptar seu gráfico em mais de um ponto.

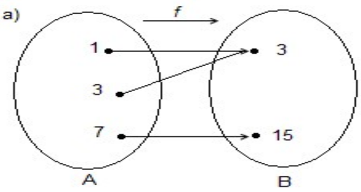


Seja f uma função de A em B (f: A $\rightarrow$B). A função f é dita **sobrejetora** (ou sobrejetiva) se, e somente se o seu conjunto imagem for igual ao seu contradomínio, isto é, Im(f)=CD(f)= B.

Uma função f: A $\rightarrow$B é denominada **bijetora** (ou bijetiva) quando é, simultaneamente, injetora e sobrejetora.

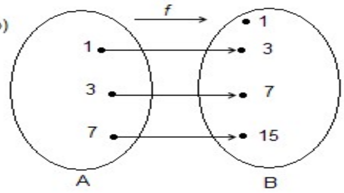
Exemplo 10 – Classifique cada uma das funções f: A $\rightarrow$B abaixo em injetora, sobrejetora ou bijetora.

a)



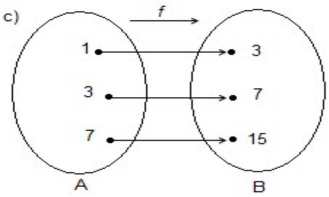
A função f não é injetora porque 1 e 3 têm a mesma imagem, mas é sobrejetora, uma vez que seu contradomínio é igual ao seu conjunto imagem.

b)



A função f é injetora haja vista que cada elemento do conjunto imagem é imagem de apenas um elemento do domínio, e não é sobrejetora em virtude de haver em B elemento que não é imagem de algum elemento de A.

c)



A função f é bijetora, posto que é injetora e sobrejetora.

1.3.7 Função crescente e função decrescente

Uma função f é chamada de **crescente** em um intervalo [a,b] de seu domínio se

$$f\,(x_1) < f\,(x_2) \text{ sempre que } x_1 < x_2 \text{ em } [a,b],$$

ou seja, à medida que aumenta o valor de x dentro do intervalo, as imagens correspondentes também aumentam.

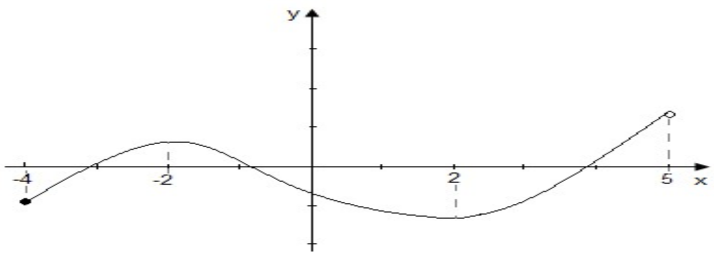
A função f é dita **decrescente** em [a,b] se

$$f(x_1) > f(x_2) \text{ sempre que } x_1 < x_2 \text{ em } [a,b],$$

ou seja, à medida que aumentam os valores de x dentro do intervalo, as imagens correspondentes diminuem.

Exemplo 11

Para a função f representada a seguir, obtenha os intervalos em que a mesma é crescente e os intervalos em que ela é decrescente.



Solução

A função é crescente em $\left[-4;-2\right]$ e em $\left[2;5\right[$ e é decrescente em $\left[-2;2\right]$.

1.3.8 Função par e função ímpar

Uma função *f* é chamada de **função par** se, e somente se, *f*(–x) = *f*(x), para todo x em seu domínio.

Uma função *f* é dita **função ímpar** se, e somente se, f(–x) = –f(x), para todo x em seu domínio.

Do ponto de vista geométrico, uma função par é aquela cujo gráfico é simétrico em relação ao eixo das ordenadas (eixo y), o que significa que se construirmos seu gráfico para $x \geq 0$, para obtermos o restante do mesmo, basta refletirmos o que já temos em relação ao eixo y.

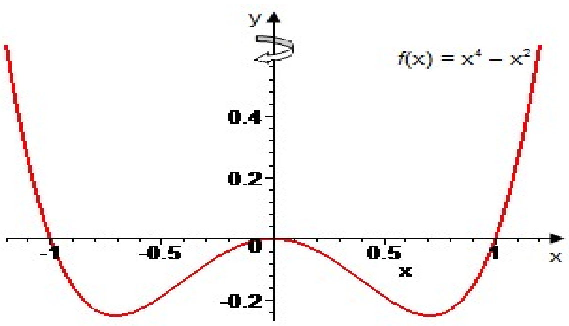
Já as funções ímpares têm gráficos simétricos em relação à origem, o que significa que se construirmos o gráfico para $x \geq 0$, para obtermos o restante do mesmo, basta fazermos um giro de 180º no que já temos em relação à origem do sistema cartesiano ortogonal.

Exemplo 12

a) A função $f(x) = x^4 - x^2$ é par.

De fato:

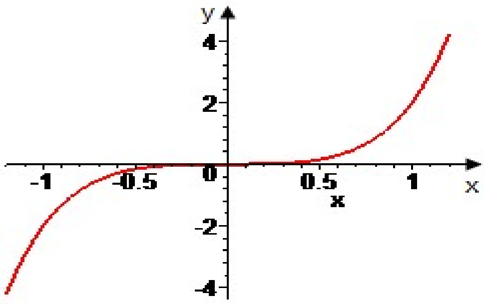
$$f(-x) = (-x)^4 - (-x)^2 = x^4 - x^2 = f(x)$$



b) A função f(x) = $x^3 + x^5$ é ímpar.

De fato:

$$f(-x) = (-x)^3 + (-x)^5 = -(x^3 + x^5) = -f(x)$$



1.3.9 Operações com funções

Sejam *f* e *g* duas funções com domínios A e B, respectivamente. Define-se:

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ Domínio= $A \cap B$

$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$ Domínio = $A \cap B$

$(f.g)(x) = f(x).g(x)$ Domínio = $A \cap B$

$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ Domínio = $\{x \in A \cap B \mid g(x) \neq 0\}$

Exemplo 13

Dadas as funções $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = \sqrt{9-x^2}$, determine as funções $f+g, f-g, f.g$, f/g e seus respectivos domínios.

Solução

Temos que D(*f*) = $[0,+\infty[$ e D(*g*) = $[-3,3]$. Dessa forma, de acordo com as definições acima:

$(f+g)(x) = \sqrt{x} + \sqrt{9-x^2}$ Domínio= $[0,+\infty[\cap [-3,3] = [0,3]$

$(f-g)(x) = \sqrt{x} - \sqrt{9-x^2}$ Domínio = $[0,3]$

$(f.g)(x) = \sqrt{x}\sqrt{9-x^2} = \sqrt{9x-x^3}$ Domínio = $[0,3]$

$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{9-x^2}} = \sqrt{\dfrac{x}{9-x^2}}$ Domínio = $[0,3[$, pois 3 anula o denominador de *f/g*.

Exemplo 14

O custo fixo mensal de fabricação de uma calculadora eletrônica é R$ 6.000,00 e o custo variável por unidade é R$ 10,00. Considerando-se que cada unidade desse produto é vendida por R$ 16,00, determine:

a) a função receita

b) a função custo total

c) a função lucro

Solução

a) Considerando-se x a quantidade vendida de um produto, chamamos de **função receita** a função R(x) = x.PV, em que PV representa o preço de venda unitário.

Nessas condições, para o problema acima, temos: R(x) = 16x.

b) Denomina-se **função custo total** (ou simplesmente função custo) a função C(x) que modela o gasto com a produção de x unidades de um produto, levando-se em consideração tanto o custo fixo quanto os custos variáveis.

Sendo assim, temos: C(x) = 6.000 + 10x.

c) A **função lucro** L(x) é definida como a diferença entre a função receita e a função custo.

Logo, L(x) = 16x – (6000 + 10x), ou seja, L(x) = 6x – 6000.

1.3.10 Composição de funções

Consideremos a seguinte situação:

Uma vinícola está produzindo certo tipo de vinho para o qual estima seu lucro por meio da função L(P) = 0,4P, em que P é o preço de venda desse vinho no varejo. O preço P fora calculado fazendo-se P = 30 + C, em que C é o custo da matéria-prima necessária para produzir uma garrafa. Como expressar o lucro diretamente em função do custo da matéria-prima?

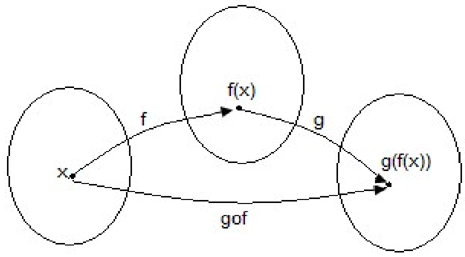
Como L = 0,4P e P = 30 + C, substituindo P na primeira equação, obtemos L = 0,4.(30 + C) $\Rightarrow$ L = 12 + 0,4C.

O que acabamos de executar foi uma mera composição entre as duas funções dadas no problema.

Sejam f e g duas funções quaisquer. Denomina-se **função composta** de g com f a função h definida por $h(x) = g(f(x))$.

Também podemos indicar a função composta $h(x)$ por $(g o f)(x)$.

Em diagrama, temos:



Observações:

1ª) Em geral, $f(g(x)) \neq g(f(x))$, sendo que pode acontecer de apenas uma dessas funções estar definida.

2ª) O domínio de $g o f$ é o conjunto de todos os elementos x do domínio de f tais que $f(x)$ está no domínio de g.

Exemplo 15 – Sejam as funções reais f e g, definidas por $f(x) = x - 2$ e $g(x) = x^2 + 1$. Determinar $f o g$ e $g o f$.

$f o g(x) = f(g(x)) = f(x^2 + 1) = x^2 + 1 - 2 = x^2 - 1$

$g o f(x) = g(f(x)) = g(x - 2) = (x - 2)^2 + 1 = x^2 - 4x + 5$

Exemplo 16 – Considerando $f(x) = 3x + 2$ e $f(g(x)) = 9x + 8$, determine $g(x)$.

Uma vez que $f(x) = 3x + 2$, então $f(g(x)) = 3.\ g(x) + 2$.

Mas $f(g(x)) = 9x + 8$.

Logo, $3.\ g(x) + 2 = 9x + 8 \Rightarrow g(x) = 3x + 2$.

1.3.11 Função inversa

> Seja f: A $\rightarrow$B uma função bijetora. Nessas condições, a relação inversa de f é uma função de B em A à qual chamamos de **função inversa de *f*** e indicamos por f^{-1}.

A necessidade de f ser bijetora se justifica pelo fato de que somente assim garantimos que a relação inversa de f seja função; ou seja, que para cada $y \in B$ existirá apenas um $x \in A$ tal que $y = f(x)$.

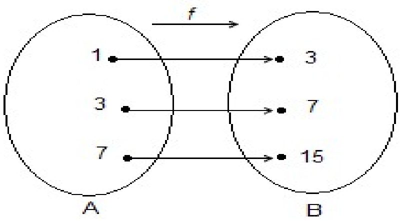
Observemos que:

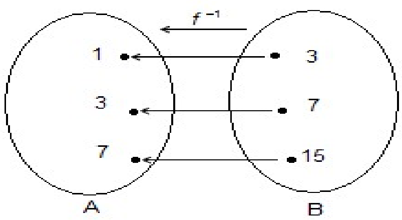
(i) $D(f^{-1}) = Im(f) = B$ e $Im(f^{-1}) = D(f) = A$.

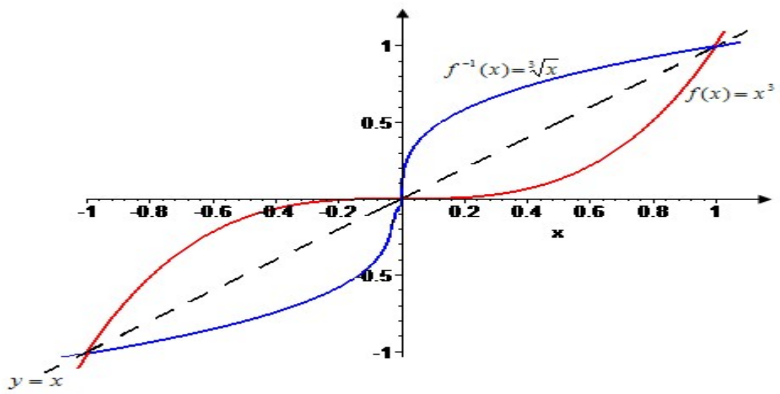
(ii) O par ordenado (x,y) está no gráfico de f se, e somente se, o par (y,x) estiver no gráfico de f^{-1}, o que significa, do ponto de vista geométrico, que os gráficos de f e f^{-1} são simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares (reta y = x).

(iii) Sendo f e f^{-1} funções inversas, sempre é verdade que $f^{-1}(f(x)) = x, \forall x \in A$ e $f(f^{-1}(x)) = x, \forall x \in B$.

Ilustração







Observemos na imagem acima que o gráfico de f^{-1} é uma imagem especular de f em relação à reta y = x.

Regra prática para se determinar a inversa de uma função

1º passo: “Trocamos” a variável x por y e vice-versa na lei que define a função.

2º passo: “Isolamos” o y, obtendo, assim, a lei que define a função inversa.

Exemplo 17

Determinar a função inversa de $f(x) = \dfrac{x+5}{2x-3}$ e encontrar o domínio e o conjunto imagem, tanto de *f* quanto de f^{-1}.

Solução

Trocando x por y, obtemos: $x = \dfrac{y+5}{2y-3}$

Isolando y, encontramos:

$$x(2y-3) = y+5 \Rightarrow 2xy - 3x = y + 5$$
$$2xy - y = 3x + 5 \Rightarrow y(2x-1) = 3x+5$$
$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{3x+5}{2x-1}$$

Em *f*, temos que 2x–3 ≠ 0. Portanto, D(*f*) =**R** $-\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.

Pelo mesmo motivo, em f^{-1}, temos que 2x–1 ≠ 0. Portanto, D(f^{-1}) =**R** $-\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

Uma vez que D(f^{-1}) = Im (*f*) e Im(f^{-1}) = D(*f*), podemos afirmar que Im(f^{-1}) = **R** $-\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$ e Im (*f*) = **R** $-\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

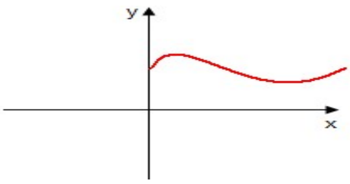
1.4 Colocando o conhecimento em prática

1.4.1 Exercícios de fixação

Estas atividades devem ser realizadas individualmente e têm como objetivo contribuir para que você compreenda melhor o conteúdo trabalhado nesta unidade.

Atividade 1

Seja *f*(x) uma função cujo gráfico, para x ≥ 0, está representado abaixo. Complete-o para o caso de *f*(x) ser uma função par.



Atividade 2

Denomina-se custo médio de fabricação de um produto e indica-se por $C_{me}(x)$ o custo total de produção dividido pela quantidade produzida, ou seja: $C_{me}(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

O custo de fabricação de x unidades de um produto é C(x) = 600 + 5x.

a) Qual o custo médio de fabricação de 30 unidades?

b) Qual o custo médio de fabricação de 60 unidades?

c) Para que valor tende o custo médio à medida que x aumenta?

Atividade 3

Um vendedor de planos de saúde ganha R$ 1.800,00 de salário fixo mensal mais uma comissão de R$ 30,00 por plano vendido. Sendo x o número de planos vendidos num mês, faça o que se pede:

a) Expresse seu salário total S em função de x.

b) Determine quantos planos ele deve vender para que seu salário seja de R$ 2.340,00.

c) Quanto receberá este vendedor num mês em que foram vendidos 6 planos de saúde?

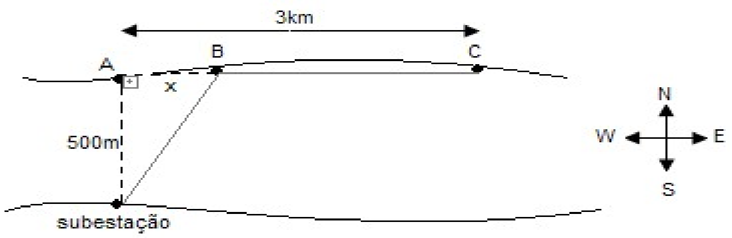
1.4.2 Exercícios de aprofundamento

Estas atividades serão realizadas nos momentos presenciais em sala de aula. O professor poderá escolher entre uma ou várias atividades para serem realizadas.

Atividade 1

Uma subestação de energia fica à margem de um rio, num local cuja largura do rio é de 500m. O custo para passar um cabo novo, da usina até um ponto da cidade, localizado 3 km a leste da estação, no lado oposto do rio, é de R$ 120,00 por metro de cabo na água e R$ 90,00 por metro de cabo na terra.

Supondo que o cabo saia da subestação e chegue ao ponto B, na margem oposta, que fica x metros distante do ponto A (vide figura), expresse uma função C(x) que forneça o custo de instalação dos cabos em função de x.



Atividade 2

Uma fábrica produz x aparelhos de MP3 player, que são vendidos pelo preço unitário de R$ 150,00. Há dois custos envolvidos: os custos variáveis, calculados em R$ 60,00 por aparelho fabricado, e os custos fixos, estimados em R$ 6.300,00 por mês. Nessas condições, faça o que se pede:

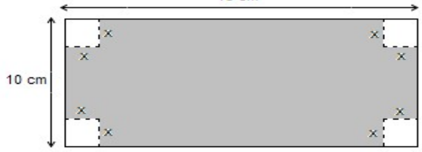
a) Determine a função custo C(x), a função receita R(x) e a função lucro L(x).

b) Construa, num mesmo plano cartesiano, os gráficos para R(x) e C(x).

c) Obtenha o ponto de equilíbrio (abscissa do ponto em que R(x) = C(x)).

Atividade 3

A partir de um pedaço retangular de papelão de medidas 10 cm e 18 cm deve-se confeccionar uma caixa sem tampa, em forma de um paralelepípedo. Para tanto, quadrados de lados x foram retirados de cada canto do retângulo. Expresse o volume V da caixa em função de x.



1.4.3 Avaliação / Reflexão sobre a Unidade

Atividades

01) O teste da reta vertical enuncia que, uma curva só é gráfico de uma função se nenhuma reta vertical do plano xy a interceptar em mais de um ponto. Justifique esta afirmação.

02) Classifique cada uma das afirmações abaixo em verdadeira ou falsa, justificando suas respostas.

a) (   )O produto de duas funções pares é sempre uma função par.

b) (   )O produto de duas funções ímpares não é uma função ímpar.

c) (   )Toda função par é injetora.

d) ( ) Se *f*: A $\rightarrow$B é uma função bijetora e se A possui n elementos, então é certo que o conjunto B tenha, ao menos, (n+1) elementos.

e) ( ) Para quaisquer duas funções *f* e *g*, ambas as compostas *fog* e *gof* são sempre possíveis.

f) (   ) Se o gráfico de uma função é simétrico em relação à origem e o ponto (x,y) pertence a ele, então o ponto (–x,–y) também está no gráfico.

g) (   ) Toda função do tipo y = ax^2 + bx + c, em que a,b,c $\in$ **R** e a $\neq$ 0 possui necessariamente duas raízes reais e distintas.

03) Para a função *f*(x), representada pelo gráfico abaixo, faça o que se pede:

a) Domínio de f.

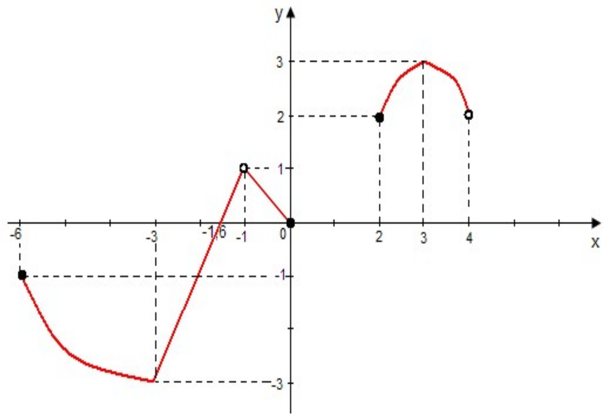
b) Imagem de f.

c) Raízes reais de *f*.

d) Intervalos de crescimento.

e) Intervalos de decrescimento.

f) Analise se a função é injetora, justificando sua resposta.



04) Sejam as funções *f* e *g* definidas por $f(x) = x + 2$ e $g(x) = 2x - 1$. Considerando a função *h*, tal que *h(x) = g(f(x))*, determine h^{-1}(x).