

PROJETO, CONSTRUÇÃO E ANÁLISE DE OSCILADORES ELETRÔNICOS PARA ESTUDO DE REDES COMPLEXAS

Wanderley C. da Silva Junior¹; Victor H. S. Bittencourt²; Leandro Freitas³;

1 Wanderley Correa da Silva Junior (CNPq), Engenharia de Controle e Automação, IFMG Campus Betim, Betim – MG; junior.wanderley.2000@gmail.com

2 Victor H. S. Bittencourt, Engenharia de Controle e Automação, IFMG Campus Betim, Betim – MG; victorhuigo.bittencourt@gmail.com

3 Orientador: Leandro Freitas, Campus Betim; leandro.freitas@ifmg.edu.br

RESUMO:

O modelo matemático proposto por Yoshiki Kuramoto é largamente utilizado no contexto de redes complexas dinâmicas. Vários trabalhos se dedicaram ao desenvolvimento de técnicas de análise e estudo de novos fenômenos envolvendo essas redes de Kuramoto. Contudo, grande parte destes trabalhos são baseados em resultados teóricos analíticos ou numéricos simulados. Poucos trabalhos apresentam resultados experimentais, em ambiente controlado, em sistemas que podem ser aproximados por modelo de Kuramoto. Este trabalho se dedica ao projeto de osciladores eletrônicos que podem ser aproximados como um modelo de Kuramoto para, futuramente, serem utilizados na validação experimental de técnicas envolvendo redes de Kuramoto. Para isso, são apresentados os osciladores de Wien-Bridge e Quadratura, usados para implementar eletronicamente o modelo de Kuramoto. Foram realizadas modelagens matemáticas do sistema, simulações numéricas e experimentos práticos para avaliar o desempenho desses osciladores. Esses circuitos são um projeto de baixo custo e fácil produção em comparação com outros osciladores não lineares. Durante o projeto, foram realizadas buscas por componentes que garantem o comportamento oscilatório do circuito, sem saturações ou deformidades severas. Os resultados obtidos mostram que o sistema escolhido produz um sinal de saída senoidal com boa precisão e estabilidade de amplitude, características fundamentais para a implementação prática em redes complexas. Por fim, foram construídas placas de circuito impresso para serem usadas em projetos futuros relacionados a acoplamentos de osciladores implementando o modelo matemático de Kuramoto no contexto de redes complexas.

INTRODUÇÃO:

O sistema de Kuramoto tem sido objeto de estudo e interesse em diversas áreas da ciência e engenharia, como, por exemplo, o estudo da resiliência de redes complexas de Kuramoto aplicadas a sistemas elétricos de potência (Moreira, Ercílio et al., 2019) entre outros (Acebrón et al., 2005). Recentemente, têm surgido várias abordagens para analisar e controlar sistemas dinâmicos interconectados, as redes dinâmicas complexas. Dentre as técnicas aplicáveis, inclui-se a análise de observabilidade em redes dinâmicas (Aguirre et al., 2018), a utilização da observabilidade funcional em redes dinâmicas para otimizar a alocação de sensores (Montanari, 2021), entre outros. Esses avanços têm desempenhado um papel significativo na compreensão e manipulação de fenômenos envolvendo redes complexas, com aplicações em diversas áreas.

Algumas aplicações de redes de Kuramoto envolvem sistemas elétricos de potência (Schäfer et al., 2018), propagação de doenças (Schimit et al., 2009) e epidemias (Scabini et al., 2020), que permite estudar a dinâmica desses sistemas acoplados e compreender os mecanismos de sincronização a partir de interações locais entre os osciladores. Também permite estudar diferentes padrões de conexão, além de explorar a influência dos parâmetros do sistema aplicado. Contudo, grande parte dos estudos envolvendo redes de Kuramoto se baseiam apenas em resultados analíticos ou simulações numéricas computacionais.

O objetivo deste trabalho é desenvolver osciladores eletrônicos não lineares que implementam o modelo de Kuramoto. Os osciladores devem ser capazes de serem acoplados, para

formar redes dinâmicas complexas para, futuramente, serem utilizadas na validação de resultados teóricos e computacionais relacionados às redes de Kuramoto.

O modelo de Kuramoto descreve o comportamento da fase de osciladores. Cada oscilador possui sua própria frequência natural (ω_i) e estão interconectados uns aos outros, sendo que a oscilação do i -ésimo oscilador é influenciada por outros N osciladores. A equação é expressa da seguinte maneira:

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i + \frac{k}{N} \sum_{j=1}^N \text{sen}(\theta_j - \theta_i). \quad (1)$$

em que ω_i representa a frequência natural do do i -ésimo oscilador, que corresponde à frequência na qual o oscilador tende a oscilar quando não há forças externas atuando sobre ele; θ_i representa a fase do i -ésimo oscilador; θ_j representa a fase de um oscilador acoplado ao oscilador em análise; N representa o número total de osciladores na rede; e k representa a força de acoplamento entre eles.

Esse modelo matemático simplifica a simulação de redes complexas, que são estruturas formadas por elementos interconectados, onde surgem propriedades coletivas que vão além das características individuais dos elementos. A análise de redes complexas envolve o estudo dos padrões de conexão, topologia, propriedades estatísticas e dinâmica desses sistemas. Isso inclui a identificação de nós centrais altamente conectados (hubs), grupos densamente interligados (clusters), distribuição de grau dos nós e outras medidas que revelam a estrutura global da rede.

Os dois osciladores escolhidos para implementarem eletronicamente o sistema de Kuramoto são o oscilador de Wien-Bridge e o oscilador em quadratura.

O oscilador de Wien-Bridge é um circuito eletrônico não linear que tem a capacidade de gerar sinais senoidais com uma frequência fixa e estável. Em um estudo conduzido por English et al. (2016), é apresentado um circuito que utiliza um sistema de chaveamento composto por dois diodos em antiparalelo, o que confere ao circuito sua característica não linear. Essa parte não linear é responsável por manter a amplitude do sinal de saída constante.

Temirbayev et al. (2013) descreve uma implementação alternativa do oscilador de quadratura, onde a frequência do sinal gerado pode ser modificada usando um potenciômetro no ramo não inversor do amplificador operacional. No entanto, é importante observar que esse ajuste também afeta a amplitude do sinal, podendo levar à interrupção da oscilação do sistema ou até mesmo à saturação do sinal de saída. Para resolver esse problema, Temirbayev adicionou um segundo potenciômetro no ramo inversor, permitindo ajustar apenas a amplitude do sinal e corrigir possíveis erros causados pelo primeiro potenciômetro. Além disso, esse circuito é capaz de operar em frequências mais altas, aproximadamente 1,1 kHz.

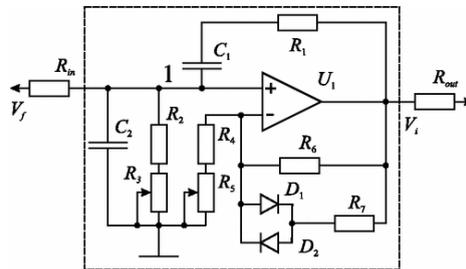


Figura 1: Circuito do oscilador de Wien-Bridge. Fonte: Temirbayev et al. (2013)

A frequência desse circuito é dado por:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1(R_2 + R_3)C_1C_2}}. \quad (2)$$

O oscilador de quadratura é um circuito amplamente conhecido utilizado para gerar formas de ondas senoidais (Sedra and Smith, 2014; Graeme et al., 1971). Em comparação com o circuito ponte de Wien, que foi utilizado em trabalhos anteriores para simular o comportamento de um

oscilador de Kuramoto (Temirbayev et al., 2013; English et al., 2015, 2016), não foram encontrados estudos sobre a aplicação do oscilador de quadratura no contexto de redes complexas de Kuramoto. Como vantagens, o oscilador de quadratura (Graeme et al., 1971) possui duas saídas sendo uma seno e outra cosseno, sua oscilação é estabilizada sem introduzir distorção excessiva, utilizando métodos relativamente simples, e a amplitude das oscilações não variam significativamente para diferentes ajustes na frequência natural.

O oscilador de quadratura é constituído por dois circuitos integradores em malha fechada. Ele é projetado de forma que ocorra uma ligeira divergência na amplitude da oscilação, que é então controlada por um circuito limitador de amplitude, conforme ilustrado na Figura 2.

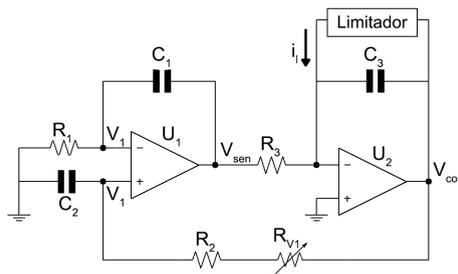


Figura 2: Esquemático do circuito oscilador de quadratura. Fonte: adaptado de Graeme et al. (1971).

Ao tornar a resistência de realimentação ajustável, é possível controlar a frequência de oscilação do circuito, que é determinada por:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 C_1 (R_2 + R_{v1}) C_2}} \quad (3)$$

METODOLOGIA:

Para realizar a implementação prática de um sistema que se aproxime do sistema de kuramoto, o projeto foi dividido em algumas etapas. A primeira foi procurar na bibliografia estudos e circuitos sobre os dois osciladores escolhidos, Wien-Bridge e Quadratura. Após isso utilizando o software Proteus, software de simulação eletro-eletrônica, foi realizado uma validação e um estudo sobre esses circuitos encontrados na literatura. Realizando mudanças nos valores de componentes para atingir valores tanto de tensão quanto de frequência mais adequados para realizar testes práticos.

A segunda etapa foi realizar a modelagem numérica dos dois circuitos e realizar a simulação dessa modelagem utilizando a linguagem de programação Python, linguagem de programação de alto nível. Para validar se essa modelagem está coerente, os resultados encontrados utilizando a simulação numérica foram comparados com as simulações realizadas no Proteus. O desenvolvimento dessas equações foram detalhadas em dois textos dos mesmo autores desse projeto sendo a equação em relação ao oscilador de Wien-Bridge representado na Equação 4 (Junior et al. 2023) e o oscilador em quadratura representado na Equação 5 (Bittencourt et al. 2023).

$$\Delta v = \left(1 - \frac{R_4}{R_4 + r_6}\right) \left[\frac{R_4 + r_6}{R_4 + \frac{1}{A}(R_4 + r_6)}\right], \quad (4)$$

$$v_{max} = \frac{R_5}{R_4} V_{CC} + \left(\frac{R_4 + R_5}{R_4}\right) V_d \quad (5)$$

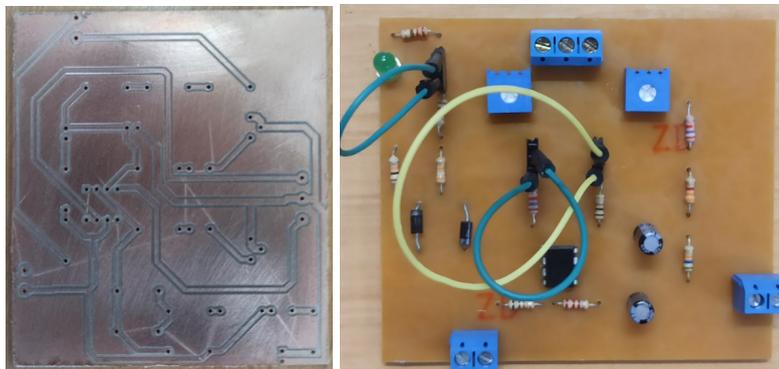
A terceira parte foi criar protótipos reais desses sistemas para validação prática do comportamento dos osciladores. Foi definido os melhores valores de componentes para manter a saída do sistema dentro do desejado. Com este foi realizado o desenvolvimento de um placa de circuito impresso utilizando uma CNC que é capaz de fazer trilhas em placas de cobre. Com as trilhas traçadas e placas cortadas foi soldado os componentes e usando o auxílio de um osciloscópio

foram realizados testes práticos. Por fim os resultados obtidos foram comparados com a simulação computacional para validar o funcionamento da placa produzida.

E a última parte foi desenvolver placas de circuito impresso de tamanho reduzido e com conexões para realizar acoplamentos com outros osciladores. O objetivo de realizar essas PCBs menores é entregar um produto final que pode ser usado em projetos futuros de simulação prática de redes complexas de sistema de Kuramoto.

RESULTADOS E DISCUSSÕES:

Na Figura 3 está presente algumas das placas produzidas utilizando a fresadora cnc que tem a capacidade de fazer a trilha das placas e componentes soldados manualmente. Com essas placas foi possível realizar os testes práticos com os osciladores para validar o funcionamento dos mesmos.



**Figura 3: Desenvolvimento das placas de circuito impresso utilizando as placas de cobre e a CNC .
Fonte: Próprio autor.**

Por meio da utilização da placa de circuito impresso projetada, foi viável realizar experimentos práticos com o oscilador. Para realizar as medições, os potenciômetros foram configurados com sua menor resistência, alcançando assim a maior frequência do sistema, e com sua maior resistência, obtendo a menor frequência do sistema. Através da obtenção dos dados do osciloscópio e da utilização de um programa em Python, simulou-se o oscilador de Wien-Bridge e do oscilador de Quadratura, com base em suas equações de estado, realizando a integração por meio do método Runge-Kutta de 4ª ordem.

Os resultados obtidos estiveram em conformidade com as expectativas, produzindo uma saída do sistema na forma de uma onda senoidal de baixa frequência e com uma tensão próxima de 5 V. Além disso, foi observado que ao ajustar os valores dos potenciômetros, a frequência e a amplitude do sinal de saída variaram conforme o previsto. Os resultados obtidos mostraram uma grande semelhança com as simulações, com a frequência variando aproximadamente em torno de 0,075 Hz e a amplitude nas baixas frequências variando em torno de 0,5 V, enquanto nas altas frequências houve pouca diferença notável. Essas diferenças são atribuídas à tolerância dos componentes utilizados na placa, o que significa que os componentes não possuem exatamente o valor nominal especificado. Portanto, essa variação, tanto para mais quanto para menos, pode causar discrepâncias no sinal de saída ao compará-lo com o sinal simulado.

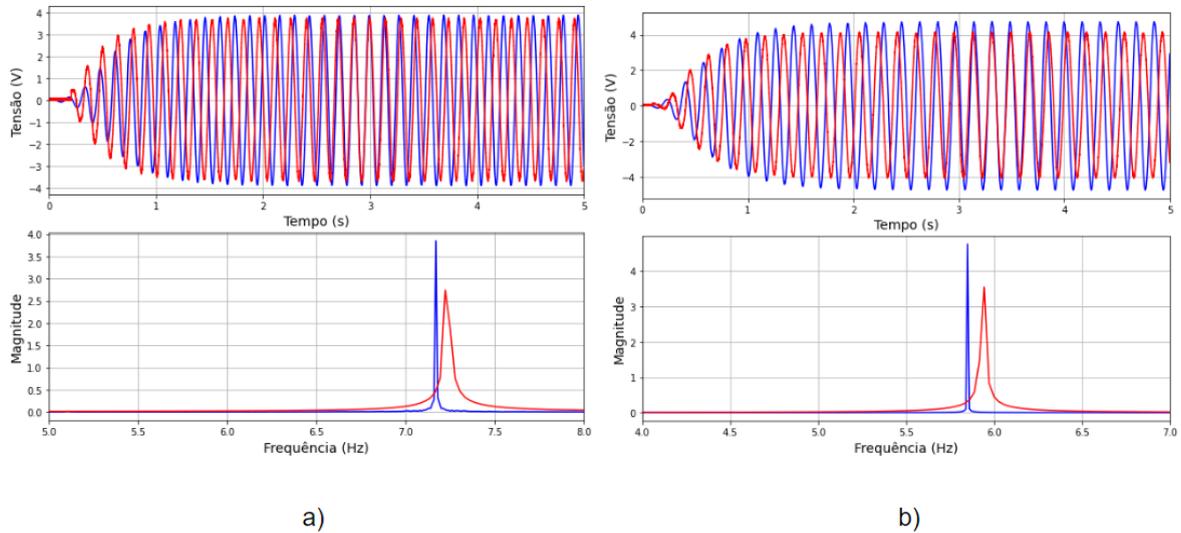


Figura 4: Real (Curvas em vermelho) x Simulado (Curvas em azul) do oscilador de Wien bridge. Gráficos da coluna a estão representando o sistema em sua maior frequência e os gráficos da coluna representam o sistema em sua menor frequência. Fonte: Junior et al. (2023).

A Figura 5 ilustra a pequena diferença na frequência entre o modelo e o circuito real, o que resulta em formas de onda estimadas pelo modelo que não se sobrepõem exatamente às medições. Essa diferença parece ser mais pronunciada quando se utiliza uma resistência maior, de 450 kΩ. De acordo com o modelo, prevê-se um aumento crescente na amplitude entre v_{cos} e v_{sen} à medida que o valor de R_{v1} aumenta. V_{Psen} Começa aproximadamente 0,12 V acima de V_{Pcos} e termina com uma tensão de pico cerca de 1,84 V maior do que V_{Pcos} . No entanto, nas medições experimentais, essa diferença é muito mais sutil e exibe uma dinâmica diferente. v_{cos} começa com uma amplitude maior que v_{sen} , se iguala em $R_{v1} = 300$ kΩ e termina com uma amplitude menor na menor frequência.

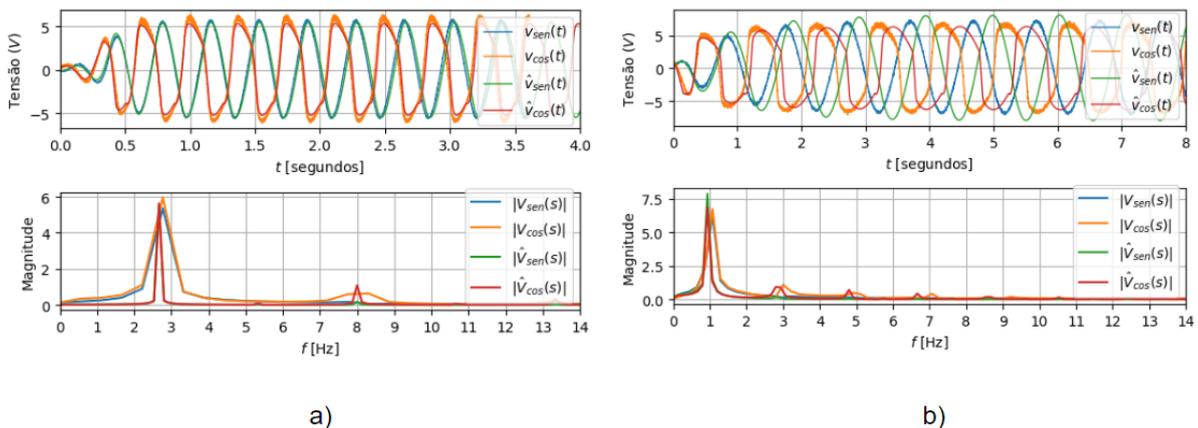


Figura 5: Real (V_{sen} e V_{cos}) x Simulado (\hat{V}_{sen} e \hat{V}_{cos}) do oscilador em quadratura. Gráficos da coluna a estão representando o sistema com $R_{v1} = 50$ kΩ e os gráficos da coluna representam o sistema com $R_{v1} = 450$ kΩ. Fonte: Bittencourt et al. (2023).

Após a validação do comportamento prático dos osciladores, foi realizada a produção em maior número de PCB de tamanho reduzido utilizando basicamente componentes SMT. Essa placa foi produzida com o intuito de ser um produto final, onde a próxima etapa é projetar onde esses

osciladores podem ser acoplados sem a necessidade de alterá-los. Na Figura 6 mostra tanto a placa final do oscilador em Quadratura (A esquerda) e o de Wien-Bridge (A direita).



Figura 6: Placa em circuito impresso final dos dois osciladores estudados e projetados. Fonte: Próprio autor.

CONCLUSÕES:

Este trabalho abordou o comportamento e as principais características dos osciladores de Wien-Bridge e Quadratura. Foi possível verificar a eficácia desses sistemas na prática, por meio de experimentos práticos e comparando os resultados com os obtidos através da modelagem do sistema.

As placas de circuito impresso desenvolvidas alcançaram os requisitos necessários em termos de baixa tensão e baixa frequência, ficando próximas dos resultados obtidos por simulações utilizando softwares especializados. Como as placas foram desenvolvidas pensando em realizar medições e acoplamentos com outros osciladores elas já possuem conectores integrados separados para realizar tanto a medição quanto a conexão. Esses pinos facilitam a implementação desses circuitos para práticas e estudos futuros.

Como trabalhos futuros pretende-se realizar um estudo sobre as maneiras de se realizar um acoplamento viável entre diversos osciladores, além de compreender as vantagens e desvantagens de cada modelo de acoplamento. Também pretende-se tornar esses circuitos descritos neste trabalho em PCBs ainda menores para que seja possível conectar um grande número de osciladores entre si de maneira mais simplificada. E com o entendimento das maneiras de acoplar os circuitos deseja-se simular redes complexas existentes como por exemplo a rede elétrica de potência do Brasil, a fim de realizar teste de resiliência e entender o comportamento da mesma.

AGRADECIMENTOS:

Os autores agradecem o apoio do CNPq (409487/2021-0), Fapemig (APQ-00781-21) e IFMG.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

Temirbayev, A.A., Nalibayev, Y.D., Zhanabaev, Z.Z., Ponomarenko, V.I., and Rosenblum, M. (2013). Autonomous and forced dynamics of oscillator ensembles with global nonlinear coupling: An experimental study. *Physical Review E*, 87(6), 062917;

English, L.Q., Mertens, D., Abdoukary, S., Fritz, C.B., Skowronski, K., and Kevrekidis, P. (2016). Emergence and analysis of kuramoto-sakaguchi-like models as an effective description for the dynamics of coupled wien- bridge oscillators. *Physical Review E*, 94(6), 062212;

Junior, Wanderley Correa da Silva, Bittencourt, Victor H. S., Freitas, Leandro (2023). Modelagem, Construção e Validação Experimental do Oscilador Não Linear Wien-Bridge para Aplicação em Redes Complexas. (Em preparação), Minas gerais;

Montanari, A. N. (2021). Observability of Dynamical Networks. 150 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2021. Acesso em 07/04/2021. Disponível em <https://ppgee.ufmg.br/defesas/1597D.PDF>.

Graeme, J., Tobey, G., and Huelsman, L. (1971). *Operational Amplifiers: Design and Applications*. McGraw-Hill Book Company, New York;

Bittencourt, Victor H. S., Junior, Wanderley Correa da Silva, Freitas, Leandro (2023). Projeto, Construção e Modelagem Não Linear do Oscilador de Quadratura. (Aceito para publicação), Minas gerais;

Kuramoto, Y. (1975). Self-entrainment of a population of coupled non-linear oscillators. In *International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics: January 23–29, 1975, Kyoto University, Kyoto/Japan*, 420–422. Springer;

Aguirre, L. A., Portes, L. L., & Letellier, C. (2018). Structural, dynamical and symbolic observability: From dynamical systems to networks. *PLOS ONE*, 13(10), e0206180. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0206180>;

Arenas, A., Díaz-Guilera, A., Kurths, J., Moreno, Y., & Zhou, C. (2008). Synchronization in complex networks. *Physics Reports*, 469(3), 93–153. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2008.09.002>;