

## APLICAÇÃO DO PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES À ALOCAÇÃO DE MEIOS DE SEGURANÇA

*Palavras-chave:* Localização de Facilidades; Segurança; CPLEX.

Luiz Augusto Silva Veloso <sup>1</sup>; Letícia Alves da Silva <sup>2</sup>; Fábio Pires Mourão <sup>3</sup>;

<sup>1</sup> Luiz Augusto Silva Veloso, Engenharia da Computação, IFMG Campus Bambuí, Bambuí - MG; luiz.veloso99@hotmail.com

<sup>2</sup> Letícia Alves da Silva: Pesquisadora do IFMG, Campus Bambuí; leticia.alves@ifmg.edu.br

<sup>3</sup> Fábio Pires Mourão: Pesquisador do IFMG, Campus Bambuí; fabio.mourao@ifmg.edu.br

### RESUMO

Em muitos *campi* universitários, problemas relacionados à segurança de pessoas e objetos são uma preocupação real e frequente. Por se tratar de um tema que afeta diretamente a vida da comunidade acadêmica e diante de recursos cada vez mais escassos, a otimização na utilização dos recursos de segurança disponíveis vem se tornando ainda mais necessária. Motivado por este cenário, este trabalho busca otimizar a localização de câmeras de segurança no IFMG-Campus Bambuí, aplicando variações do Problema de Localização de Facilidades, que é um problema de Otimização Inteira. Dada a complexidade do problema, devido ao grande tamanho do campus (328,76 hectares, com cerca de 40 mil metros quadrados de construções), optou-se, inicialmente, por uma abordagem local, em uma região específica do campus. Foi feito um mapeamento da área externa da moradia estudantil do campus, no qual foram estabelecidos os vértices que deveriam ser cobertos e candidatos a serem pontos de instalação. A definição dos vértices foi realizada observando-se parâmetros técnicos das câmeras. Primeiramente, foi aplicado o Problema de Localização com Cobertura Completa, com o qual foi possível obter o número mínimo de câmeras de segurança para cobrir 100% dos vértices mapeados. Em seguida, foi aplicado o Problema de Localização com Cobertura Máxima, com qual foi possível maximizar a quantidade de vértices cobertos por câmeras de segurança, dado um número de câmeras disponíveis, denotado por  $p$ . Em ambos os modelos, por meio de adaptações, foi possível determinar a posição, a direção e o sentido ótimos de instalação das câmeras. Para fazer o mapeamento da região, foi utilizada uma imagem do local, obtida por meio do *Google Earth*, e os vértices foram inseridos na imagem utilizando-se o *software* AutoCad. Para implementação dos modelos, foi utilizado o *CPLEX Studio IDE 20.1.0*. Os resultados computacionais obtidos mostram que, para a região mapeada, são necessárias 16 câmeras de segurança para cobrir 100% dos vértices mapeados. O modelo de máxima cobertura foi executado para valores de  $p$  entre 1 e 16, indicando a porcentagem da região coberta para cada valor de  $p$ , podendo assim auxiliar na tomada de decisões sobre a quantidade de câmeras a serem instaladas, dentro de possíveis restrições orçamentárias. Os resultados computacionais podem ser utilizados como referências para futuras instalações e comparações com instalações já realizadas, buscando otimizar os recursos e garantir um nível de segurança desejado.

### INTRODUÇÃO:

Conforme relatado em Cubas et al. (2013), De Abreu Mello (2015), Costa (2011), problemas de segurança como roubos, furtos, estupros ou até mesmo assassinatos, fazem parte da realidade de *campi* universitários no Brasil e no mundo.

No artigo sobre segurança universitária de Renan Canuto, diretor de segurança corporativa da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (2017), recorda-se que a segurança dos *campi* brasileiros, após o fim do regime militar, tornou-se de responsabilidade das próprias instituições, algumas das quais, seguindo orientações do MEC, aderiram ao modelo de terceirização de serviços de vigilância, enquanto as que optaram por manter o serviço executado por seus próprios servidores, tiveram problemas de baixa em seus quadros, decorrente de aposentadorias e extinção de vagas.

Certamente, a busca por modelos e práticas capazes de fornecer uma maior segurança à comunidade universitária, levando em consideração a especificidade de um ambiente acadêmico, é uma questão bastante complexa. Atualmente, os *campi* utilizam recursos como a vigilância e segurança armada, monitoramento por câmeras, portaria e recepção. Além da questão de quais recursos usar, outra questão importante é: "Como estes recursos podem ser utilizados da melhor forma possível?" ou, mais especificamente, "Como deve ser a rota dos vigilantes dentro do campus?", "Como as câmeras devem ser instaladas?". Embora as empresas de vigilância prestem serviços de acordo com o conhecimento empírico, proveniente de experiências práticas, a Otimização pode ser aplicada para responder a estas questões.

Motivado por este cenário, este trabalho propõe aplicações de modelos de Localização de Facilidades, com o objetivo de determinar a localização ótima de câmeras de segurança.

De um modo geral, Problemas de Localização de Facilidades buscam uma forma de instalar unidades de serviço (facilidades), de modo que clientes sejam atendidos por estas instalações, buscando otimizar algum objetivo que pode ser, por exemplo, a soma das distâncias ponderadas de cada cliente à sua

unidade de atendimento. O termo "facilidades" pode se referir a escolas, postos de saúde, supermercados, dentre outros, e o termo "clientes" pode se referir, respectivamente, a estudantes, pacientes, compradores, dentre outros. Neste trabalho, o termo facilidade é entendido como uma câmera de segurança e os clientes são os vértices mapeados na região de estudo, os quais pretende-se vigiar.

Pizzolato et al. (2012) apresenta exemplos de variações de Problemas de Localização de Facilidades encontrados na Literatura, como o estudo sobre a localização de sirenes de alertas de tornados em estados americanos, localização de poços de petróleo conectados a plataformas no mar, definição de *hubs* para transporte aéreo, definição da localização ideal para instalação de escolas na cidade de Nilópolis-RJ, definição de novas escolas públicas na região de Guaratiba, no Rio de Janeiro, localização de unidades de educação infantil na cidade de Cascavel-PR, localização de maternidades na cidade do Rio de Janeiro-RJ, dentre outros.

Atualmente, muitos pesquisadores se dedicam ao estudo de aplicações de Problemas de Localização de Facilidades, dentre os quais, podem ser citados:

- Chuan et al. (2019) busca localizar um número pré-especificado de facilidades capacitadas e atribuir drones a estas facilidades localizadas para atender às demandas. As localizações servem como locais de lançamento dos drones para distribuição de recursos. Cada drone faz viagens individuais do local da instalação da facilidade até o ponto de demanda, até que a bateria seja consumida.
- Ahmadi-Javid et al. (2017) apresenta um *survey* acerca da aplicação de Problemas de Localização de Facilidades para a área de saúde e, de acordo com o autor, Localização de Facilidades na área de saúde tem atraído considerável atenção da comunidade de pesquisa operacional nas últimas quase quatro décadas como uma das mais importantes estratégias de sistemas de saúde.
- Silva e Maestria (2019) buscam resolver um problema de localização de estações de carregamento de veículos elétricos.

Neste trabalho, foram aplicados dois modelos de Localização de Facilidades: o Problema da Localização com Cobertura Completa e o Problema da Localização com Cobertura Máxima. No primeiro, busca-se determinar o número mínimo de instalações necessárias para atender a 100% da demanda. No segundo, busca-se maximizar a demanda atendida por um número  $p$  pré-fixado de instalações.

Modelos genéricos para os problemas estudados são encontrados em Pizzolato et al. (2012). Sejam  $S$  o afastamento máximo entre um vértice de demanda e um vértice de oferta,  $I$  o conjunto de vértices que demandam o serviço e  $J$  o conjunto de vértices onde podem ser instaladas as facilidades. Para cada ponto de demanda  $i \in I$ , define-se o conjunto  $N_i$  dos vértices  $j \in J$  que podem atender ao ponto  $i \in I$ , limitados pelo afastamento  $S$ , isto é:

$$N_i = \{j: d_{ij} \leq S\}, \quad (1)$$

onde  $d_{ij}$  é a distância entre os vértices  $i$  e  $j$ .

Um modelo para o Problema da Localização com Cobertura Completa é dado por:

$$\text{Min.} \quad \sum_{j \in J} x_j \quad (2)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \sum_{j \in N_i} x_j \geq 1, i \in I \quad (3)$$

$$x_j \in \{0,1\}, j \in J \quad (4)$$

sendo  $x_j = 1$  se a facilidade for instalada no vértice  $j \in J$  e  $x_j = 0$ , caso contrário. Neste modelo, (2) é a função objetivo, que visa minimizar o número de facilidades instaladas, (3) são restrições que garantem que cada cliente deve ser atendido por pelo menos um vértice de oferta e (4) são as restrições que garantem que as variáveis são binárias.

Um modelo genérico para o Problema da Localização com Cobertura Máxima é dado por:

$$\begin{aligned} \text{Max.} \quad & \sum_{i \in I} w_i z_i & (5) \\ \text{Sujeito a:} \quad & \sum_{j \in N_i} x_j - z_i \geq 0, i \in I & (6) \\ & \sum_{j \in J} x_j = p & (7) \\ & x_j \in \{0,1\}, j \in J & (8) \\ & z_i \in \{0,1\}, i \in I & (9) \end{aligned}$$

Aqui,  $I$  denota o conjunto dos vértices de demanda;  $J$  o conjunto dos vértices onde podem ser instaladas facilidades;  $w_i$  é a demanda do vértice  $i \in I$ ;  $p$  o número máximo de facilidades que podem ser instaladas;  $x_j = 1$  se o vértice  $j \in J$  for selecionado para receber uma facilidade e  $x_j = 0$ , senão;  $z_i = 1$  se o vértice  $i$  for atendido por alguma facilidade e  $z_i = 0$ , senão. A função objetivo (5) maximiza a demanda de cobertura. As restrições (6) garantem que um vértice será coberto se existir pelo menos uma facilidade dentro da distância de afastamento  $S$ . A restrição (7) define o número de facilidades a serem instaladas. As restrições (8) e (9) garantem que as variáveis são binárias.

## METODOLOGIA:

Primeiramente, foi definida uma delimitação da área a ser estudada, optando-se pela região da moradia estudantil do IFMG – Campus Bambuí. Foi utilizada uma imagem obtida pelo *Google Earth* e, a esta imagem, foram atribuídos vértices, cujas localizações foram determinadas seguindo parâmetros das câmeras disponíveis. Para conhecimento, as características das câmeras consideradas neste estudo são: Resolução de 3 MP, lente fixa de 3,6 mm e IR inteligente com alcance de 30 metros e, conforme informado pelo Setor de Tecnologia do campus, tais câmeras possuem ângulo da abertura da lente igual a 69,20°.

Outra simplificação adotada foi considerar o problema em duas dimensões, e não em três. Com base nos parâmetros das câmeras, foram definidas 3 matrizes de adjacências, A, B e C. A matriz A considera instalações que podem ser feitas apontando a câmera para o sentido positivo do eixo cartesiano paralelo à parede observada. Já a matriz B considera instalações que podem ser feitas nos sentidos opostos ao da matriz A, isto é, a matriz B considera instalações que podem ser feitas apontando a câmera para o sentido negativo do eixo cartesiano paralelo à parede observada. A matriz C considera que as câmeras podem ser instaladas perpendicularmente às paredes, ou seja, apontando para a parte da frente dos prédios. Deste modo, temos  $a_{ij} = 1$ , se o vértice  $i$  estiver dentro do campo de visão da câmera no vértice  $j$  (instalada conforme descrito anteriormente) e  $a_{ij} = 0$ , caso contrário. Analogamente para as entradas  $b_{ij}$  e  $c_{ij}$ . É importante ressaltar que é considerado, neste estudo, que cada vértice pode receber uma câmera. Nas matrizes de adjacências temos, ainda, que  $a_{ii} = b_{ii} = c_{ii} = 1$ , pois é considerado que se um vértice receber uma câmera, este vértice estará coberto.

A Figura 2 ilustra as possíveis posições consideradas para a instalação, as quais determinam as 3 matrizes de adjacências.

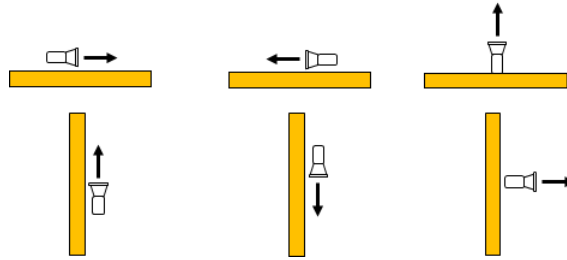


Figura 2: Possíveis posições para instalação

O modelo da Localização com Cobertura Completa, implementado por meio do CPLEX Studio, é apresentado pela Figura 3.

```

coberturaCompleta-v1.mod  coberturaCompleta-v1.dat
1  /*****
2  * OPL 20.1.0.0 Model
3  * Author: luizv
4  * Creation Date: 26 de abr de 2021 at 17:39:15
5  *****/
6
7  int m = ...; // linha
8  int n = ...; // coluna
9
10 //variaves de decisão
11 dvar boolean x[1..m]; //direita-cima
12 dvar boolean z[1..m]; //esquerda-baixo
13 dvar boolean k[1..m]; //frente
14
15 //matriz de cameras ativadas direita cima(A) esquerda baixa(B)
16 int A[1..m][1..n] = ...; //direita-cima
17 int B[1..m][1..n] = ...; //esquerda-baixo
18 int C[1..m][1..n] = ...; //frente
19
20 //funcao objetivo
21 minimize sum(j in 1..n) x[j] + sum(j in 1..n) z[j] + sum(j in 1..n) k[j] ;
22
23 //restricoes
24 subject to
25
26 forall(i in 1..m) sum (j in 1..n)A[i][j] * x[j] + sum (j in 1..n)B[i][j] * z[j] +
27 sum (j in 1..n)C[i][j] * k[j] >= 1;
28
29 }

```

Figura 3: Modelo da Localização com Cobertura Completa

Neste modelo, como cada vértice pode receber uma câmera e há 72 vértices,  $m = n = 72$ . As variáveis de decisão são representadas pelos vetores  $x$ ,  $z$  e  $k$ , sendo  $x[j] = 1$ , se o vértice  $j$  recebe uma câmera instalada para a direita ou para cima e  $x[j] = 0$ , senão;  $z[j] = 1$ , se o vértice  $j$  recebe uma câmera instalada para a esquerda ou para baixo e  $z[j] = 0$ , senão;  $k[j] = 1$ , se o vértice  $j$  receber uma câmera posicionada para frente e  $k[j] = 0$ , senão.

A função objetivo  $\text{minimize } \sum(j \text{ in } 1..n) x[j] + \sum(j \text{ in } 1..n) z[j] + \sum(j \text{ in } 1..n) k[j]$ ; visa minimizar o número de câmeras instaladas. As restrições:

$$\text{forall}(i \text{ in } 1..m) \sum (j \text{ in } 1..n)A[i][j] * x[j] + \sum (j \text{ in } 1..n)B[i][j] * z[j] + \sum (j \text{ in } 1..n)C[i][j] * k[j] \geq 1;$$

garantem que cada vértice será coberto por, no mínimo, uma câmera. Por fim, as restrições que garantem que as variáveis de decisão são binárias são dadas por:

```

dvar boolean x[1..m]; //direita-cima
dvar boolean z[1..m]; //esquerda-baixo
dvar boolean k[1..m]; //frente

```

O modelo da Localização com Cobertura Máxima, implementado via CPLEX Studio, é apresentado pela Figura 4.

```

coberturaMaxima-v1.mod  coberturaMaxima-v1.dat
1  /*****
2  * OPL 20.1.0.0 Model
3  * Author: Luizv
4  * Creation Date: 31 de mar de 2021 at 11:00:31
5  *****/
6
7  int m = ...;
8  int n = ...;
9  int p = ...;
10
11 //variáveis de decisão
12 dvar boolean x[1..m]; //direita-cima
13 dvar boolean z[1..m]; //esquerda-baixo
14 dvar boolean k[1..m]; //frente
15 dvar boolean y[1..m]; //nós atendidos
16
17 //matriz de cameras ativadas direita cima(A) esquerda baixa(B)
18 int A[1..m][1..n] = ...; //direita-cima
19 int B[1..m][1..n] = ...; //esquerda-baixo
20 int C[1..m][1..n] = ...; //frente
21 int w[1..m] = ...; //pesos
22
23 maximize sum(i in 1..m) w[i]*y[i];
24
25 subject to
26
27 forall (i in 1..m) (sum (j in 1..n)A[i][j] * x[j] + sum(j in 1..n)B[i][j] * z[j] +
28 sum(j in 1..n)C[i][j] * k[j]) - y[i] >= 0;
29 sum (j in 1..n)x[j] + sum (j in 1..n)z[j] + sum(j in 1..n)k[j] <= p;
30

```

Figura 4: Modelo da Localização com Cobertura Máxima

A primeira diferença deste modelo, em comparação ao anterior, é que há novas variáveis de decisão, definidas pelo vetor  $y$ , sendo  $y[i] = 1$ , se o vértice  $i$  for coberto por alguma câmera e  $y[i] = 0$ , senão. Também foi criado o vetor  $w$ , cujo objetivo é definir pesos para os vértices. Neste trabalho, todos os vértices tem peso igual a 1 pois, no escopo definido, todos os vértices tem a mesma prioridade. No entanto, o modelo implementado está apto a receber vértices com prioridades maiores como, por exemplo, vértices onde possam haver objetos de alto valor (como em laboratórios). A função objetivo `maximize sum(i in 1..m) w[i]*y[i]`; visa maximizar a quantidade de nós cobertos por câmeras. As restrições:

$$\text{forall } (i \text{ in } 1..m) (\text{sum } (j \text{ in } 1..n)A[i][j] * x[j] + \text{sum}(j \text{ in } 1..n)B[i][j] * z[j] + \text{sum}(j \text{ in } 1..n)C[i][j] * k[j]) - y[i] \geq 0;$$

garantem que um vértice será coberto apenas se existir alguma câmera que poderá cobri-lo, de acordo com as definições das matrizes de adjacências. A restrição:

$$\text{sum } (j \text{ in } 1..n)x[j] + \text{sum } (j \text{ in } 1..n)z[j] + \text{sum}(j \text{ in } 1..n)k[j] \leq p;$$

garante que o número de câmeras instaladas será limitado por  $p$ . Por fim, as restrições que garantem que as variáveis de decisão são binárias, são dadas por:

```

dvar boolean x[1..m]; //direita-cima
dvar boolean z[1..m]; //esquerda-baixo
dvar boolean k[1..m]; //frente
dvar boolean y[1..m]; //nós atendidos

```

## RESULTADOS E DISCUSSÕES:

Com o objetivo de conhecer o número mínimo de câmeras necessárias para cobrir a totalidade dos vértices mapeados, primeiramente foi executado o modelo da Localização com Cobertura Completa, sendo obtido um total de 16 câmeras, conforme apresentado pela Figura 5.

```

Problemas  Log de Script  Soluções  Conflitos  Livres  Log do mecanismo

// solution (optimal) with objective 16
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                               1,600000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max)         1,60000e+01  1,00000e+00
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)    0,00000e+00  0,00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max)           0,00000e+00  0,00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max)      0,00000e+00  0,00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max)       0,00000e+00  0,00000e+00
//

```

Figura 5: Resultado obtido para o modelo da Localização com Cobertura Completa

A Figura 6 representa a solução obtida pelo CPLEX.



Figura 6: Representação da solução obtida pelo CPLEX

Após obter o número mínimo de câmeras para cobrir a totalidade de vértices mapeados, o modelo da Localização com Cobertura Máxima foi executado para valores de  $p$ , sendo  $1 \leq p \leq 16$ . A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos pelas execuções do modelo da Localização com Cobertura Máxima.

$p$	Área Coberta
1	11,11%
2	22,22%
3	30,55%
4	37,50%
5	44,44%
6	51,38%
7	58,33%
8	65,27%
9	70,83%
10	76,38%
11	81,94%
12	87,50%
13	93,05%
14	95,83%
15	98,61%
16	100,00%

Tabela 1: Resultados obtidos pelo modelo da Localização com Cobertura Máxima

Com base na quantidade de vértices cobertos, a Tabela 1 apresenta a porcentagem de vértices cobertos, em relação aos 72 vértices mapeados. Para exemplificar, a Figura 7 apresenta a execução do modelo para  $p = 9$ .

```

Problemas Log de Script Soluções Conflitos Livres Log do mecanismo

// solution (optimal) with objective 51
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                    5,100000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 6,00000e+01 1,00000e+00
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0,00000e+00 0,00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max) 0,00000e+00 0,00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max) 0,00000e+00 0,00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max) 0,00000e+00 0,00000e+00
//

```

Figura 7: Resultado obtido para o modelo da Localização com Cobertura Máxima, para  $p = 9$

Conforme apresentado pela Figura 7, para  $p = 9$ , são cobertos 51 vértices, o que representa 70,83% dos 72 vértices mapeados.

## CONCLUSÕES:

Os resultados computacionais obtidos mostram que o Problema de Localização de Facilidades pode ser aplicado à localização de recursos de segurança. No modelo da Localização com Cobertura Completa, foi obtido o número mínimo de câmeras a serem instaladas, bem como suas posições, para cobrir os 72 vértices mapeados. Como este número de câmeras pode ser inviável do ponto de vista financeiro, o modelo de Localização com Cobertura Máxima foi implementado, com o objetivo de determinar a máxima cobertura, fixando o número de câmeras.

A etapa de mapeamento da região e definição dos vértices tem como consequência direta a criação das instâncias para o problema. Uma boa solução prática depende de um bom mapeamento do local onde se pretende instalar as câmeras.

Em trabalhos futuros, pretende-se comparar as soluções obtidas com as instalações atuais na região mapeada, com o objetivo de verificar se podem ser propostas melhorias, que visam otimizar a cobertura máxima, com o número de câmeras disponíveis para o local. Pretende-se, ainda, estimar os custos de instalação de câmeras, com o objetivo de buscar eventuais reduções de custo, mas garantido um nível de segurança satisfatório.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- AHMADI-JAVID, Amir; SEYEDI, Pardis; SYAM, Siddhartha S. A survey of healthcare facility location. *Computers & Operations Research*, v. 79, p. 223-263, 2017.
- CANUTO, Renan. Segurança Universitária. 2017. Disponível em <<https://www2.ufjf.br/proinfra/wp-content/uploads/sites/44/2017/11/artigo-1.pdf>>. Acesso em 16 de junho de 2021.
- CHAUHAN, Darshan; UNNIKRISHNAN, Avinash; FIGLIOZZI, Miguel. Maximum coverage capacitated facility location problem with range constrained drones. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, v. 99, p. 1-18, 2019.
- COSTA, Filipa Isabel Alves da. Vitimação criminal nos Campi Universitários (UMinho): da prevalência às medidas de autoproteção. 2011. Tese de Doutorado.
- CUBAS, Viviane Oliveira et al. Segurança no campus: Um breve levantamento sobre as políticas de segurança na USP e em universidades estrangeiras. *Revista Brasileira de Segurança Pública*, v. 7, n. 1, 2013.
- DA SILVA, Yngrith Soares; MESTRIA, Mário. Algoritmos para o problema de localização de estações de carregamento de veículos elétricos. *Revista Produção Online*, v. 19, n. 1, p. 290-320, 2019.
- DE ABREU MELLO, Cesar Mauricio. Violência no Campus. *Novos Cadernos NAEA*, v. 18, n. 1, 2015.
- PIZZOLATO, Nelio Domingues; RAUPP, Fernanda MP; ALZAMORA, Guina Sotomayor. Revisão de desafios aplicados em localização com base em modelos da p-mediana e suas variantes. *Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento*, v. 4, n. 1, p. 13-42, 2012.